

A B S C H L U S S B E R I C H T

zum Forschungsvorhaben

Silozellen bei nichtrotationssymmetrischen Silolasten
unter Einbeziehung des Zusammenwirkens zwischen Füllgut
und Silomantel einschließlich seines verformten Zustandes

Kurztitel: Exzentrische Silolasten
Gesch.-Z.: IV/1-5-124/77
gefördert vom Institut für Bautechnik

B I B L I O T H E K
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 52
D-3300 Braunschweig

erstattet von:
o. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina
Dr.-Ing. H. Fröning

Braunschweig, März 1981

Silozellen bei nichtrotationssymmetrischen Silolasten
unter Einbeziehung des Zusammenwirkens zwischen Füllgut
und Silomantel einschließlich seines verformten Zustandes

Kurztitel: Exzentrische Silolasten

Finanziert vom Institut für Bautechnik

Gesch.-Z.: IV/1-5-124/77

K U R Z B E R I C H T

Kreisförmige Silozellen bieten bezüglich der Lastabtragung aus dem Silogut erhebliche Vorteile, wenn sie nur rotationssymmetrisch belastet werden. Nennenswerte Biegemomente entstehen dann nur in Randstörbereichen. Wie experimentell nachgewiesen, muß jedoch auch mit - oft nur kleinen - nichtrotationssymmetrischen Lastanteilen gerechnet werden. Wie die Untersuchungen zu diesem Forschungsvorhaben zeigen, können diese schon recht erhebliche Biegebeanspruchungen der Zellenwände verursachen. Abmindernde Einflüsse aus der zusätzlichen Membranlastabtragung infolge der Zellenverformung sind bei Stahlbetonsilozellen im allgemeinen klein und vernachlässigbar. Eine biegemomentenvermindernde Wirkung bei Stützung der Zellenwände durch das Silogut ist experimentell nur schwer nachweisbar und immer mit einer Druckveränderung - meist zur Rotationssymmetrie hin - verbunden. Von besonders großem Einfluß auf die Biegebeanspruchung und Verformung ist die Druckverteilung entlang des Umfangs. Sie ist jedoch kaum bekannt. Wie die hier durchgeführten Untersuchungen zeigen, lassen sich aber für bestimmte Druckverteilungen Extremwerte für Biegemoment und Verformung angeben. Unter Berücksichtigung dieser Extremwerte und der experimentell einigermaßen abgesicherten höhenmäßigen Verteilung und Größe der nichtrotationssymmetrischen Belastungsanteile läßt sich die Biegebeanspruchung der Wände von kreisförmigen Silozellen eingrenzen. Dies führt zu Biegemomenten, die von einigen bestehenden Silozellen nicht mehr angenommen werden können. Daß viele dieser Zellen dennoch stehen und z. T. un-

beschädigt blieben, deutet auf günstigere Belastungsverteilungen entlang des Umfangs hin. Eine intensivere Erforschung dieser Belastungsverteilungen scheint somit dringend notwendig zu sein. Bis zur weiteren Klärung dieser Dinge sollte empfohlen werden, neu zu errichtende kreisförmige Silozellen mit den hier ermittelten Biegemomentengrößtwerten zu bemessen.

Study of Silos with Nonuniform Pressure around the Circumference and the Interaction of the Stored Material with the Deformed Silo Wall

S U M M A R Y

Circular silos show considerable advantages in their load-carrying behaviour, if they are loaded only symmetrically around the circumference. Considerable bending moments normally only occur at levels, where the wall is restrained against circular elongation. As shown by experiments there are always small nonuniform pressures around the circumference, which have to be taken into account. One result of this study shows, that these pressures can cause considerable bending moments in the wall of the silo. A reduction of these influences by an additional membrane load-carrying of reinforced concrete silo walls due to the wall deformations normally is insignificant and can be neglected. A support of the silo wall by the stored material can be shown by experiments, but only with great difficulties. This as well means a change of the nonuniform pressure around the circumference into the direction of the normal uniform pressure. The most significant influence for the wall bending moments and the deformations is the nonuniform pressure around the circumference, which is hardly known. From the results of this study extremal values for the bending moments and deformations for certain pressure distributions around the circumference can be given. With regard to these extremal values and a horizontal pressure distribution, which is secured to some extent by experiments, the acting bending moments in the walls of a silo can be estimated. But this leads to wall bending moments, which most of the existing silo walls are unable to resist. That many of these silos still remain undamaged, indicates the fact, that there must be a more favourable load distribution around the circumference. Therefore a more extensive research for these load distributions seems to be necessary. Until more accurate results are available, it should be recommended, that newly built silos have to become structurally designed according the extremal wall bending moments given in this study.

Résumé

Etude de structures cellulaires de silos sous charges dissymétriques, prenant en compte l'interaction entre la déformabilité des cellules et le remplissage.

Titre abrégé : Charges excentrées dans les silos.

Les cellules circulaires ont un très bon comportement structural sous charges symétriques. Les essais décrits dans ce rapport montrent que des charges dissymétriques considérables s'exercent également dans les silos et engendrent des efforts de flexion importants dans les cellules. En général une redistribution de tels efforts de flexion en efforts normaux dans la coque, due à la déformabilité des cellules, n'est pas prise en compte dans les structures en béton. En outre, une redistribution des efforts de flexion due à la réaction du remplissage est très difficile à mettre en évidence expérimentalement.

Les efforts de flexion et les déformations correspondantes dépendent principalement de la distribution des pressions sur le contour de la cellule. Les essais décrits dans ce rapport montrent que les valeurs maximales des moments de flexion et des déformations ne peuvent être déterminées que pour certaines distributions radiales de la pression. La distribution verticale - pour laquelle les essais permettent une assez bonne approximation - influence également la distribution et l'intensité des efforts de flexion.

Même dans certains silos existants, les moments de flexion résultant de telles distributions de charges dissymétriques dépassent très souvent les capacités de flexion sans qu'il y ait pour autant effondrement. Ce comportement est le signe que la distribution des charges est plus favorable que celle décrite dans ce rapport. Il est toutefois proposé de ne pas prendre en compte un tel comportement plus favorable avant que des connaissances plus précises n'aient pu être acquises.

Z U S A M M E N F A S S U N G

des Abschlußberichtes zum Forschungsvorhaben

"Silozellen bei nichtrotationssymmetrischen Silolasten
unter Einbeziehung des Zusammenwirkens zwischen Füllgut
und Silomantel einschließlich seines verformten Zustandes"

Kurztitel: "Exzentrische Silolasten"

Gesch.-Z.: IV/1-5-124/77

Zur Berechnung kreisförmiger Silozellen stehen Silotheorien und z. T. darauf aufbauende Bemessungsnormen zur Verfügung, die im allgemeinen von rotationssymmetrischen horizontalen Belastungen ausgehen und damit außerhalb der Randstörbereiche zu keinerlei Biegebeanspruchung führen.

Tatsächlich muß jedoch auch mit nichtrotationssymmetrischen Lastanteilen gerechnet werden, die außerhalb der Randstörbereiche z. T. auch große Biegemomente in der Zylinderschale verursachen können.

Die Ursachen dieser nichtrotationssymmetrischen Lasten sind verschiedener Art: Neben ungewollten oder zufälligen Abweichungen von der Rotationssymmetrie der Lastverteilung (Brückenbildungen) gibt es zwei Fälle, in denen die nichtrotationssymmetrischen Anteile stets groß sind und regelmäßig auftreten: Einerseits entstehen, wie Versuche zeigen, beim exzentrischen Entleeren im unteren Bereich der Zelle sehr große nichtrotationssymmetrische Anteile, die sich meist noch in den von Biegerandstörungen freien Bereich der Zelle erstrecken, jedoch höhenmäßig veränderlich bzw. begrenzt sind. Sie sind zu einer Vertikalebene symmetrisch und zu der anderen - um 90 Grad verdrehten - nach Abspaltung des rotationssymmetrischen Anteils in etwa antimetrisch (Bild 1 a).

B I B L I O T H E K

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig

Beethovenstraße 52

D-3300 Braunschweig

Andererseits zeigen Silozellen mit Entlastungsbalken - ebenfalls durch Versuch belegt - nichtrotationssymmetrische Belastungsverteilungen, die jedoch zu zwei um 90 Grad zueinander geneigten Vertikalebene symmetrisch sind (Bild 1 b). Sie erstrecken sich in abgeschwächter Form anscheinend auch noch in den oberen Zellenbereich und sind hier z. T. nur wenig veränderlich.

Diese beiden typischen Lastverteilungen werden nachfolgend einfachheitshalber als "antimetrische" (Bild 1 a) bzw. "symmetrische Lasten" (Bild 1 b) bezeichnet. Auch weitere, zu keiner Vertikalebene symmetrische Lasten können nach Abspaltung des rotationssymmetrischen Anteils aus diesen beiden nichtrotationssymmetrischen Anteilen näherungsweise zusammengesetzt werden.

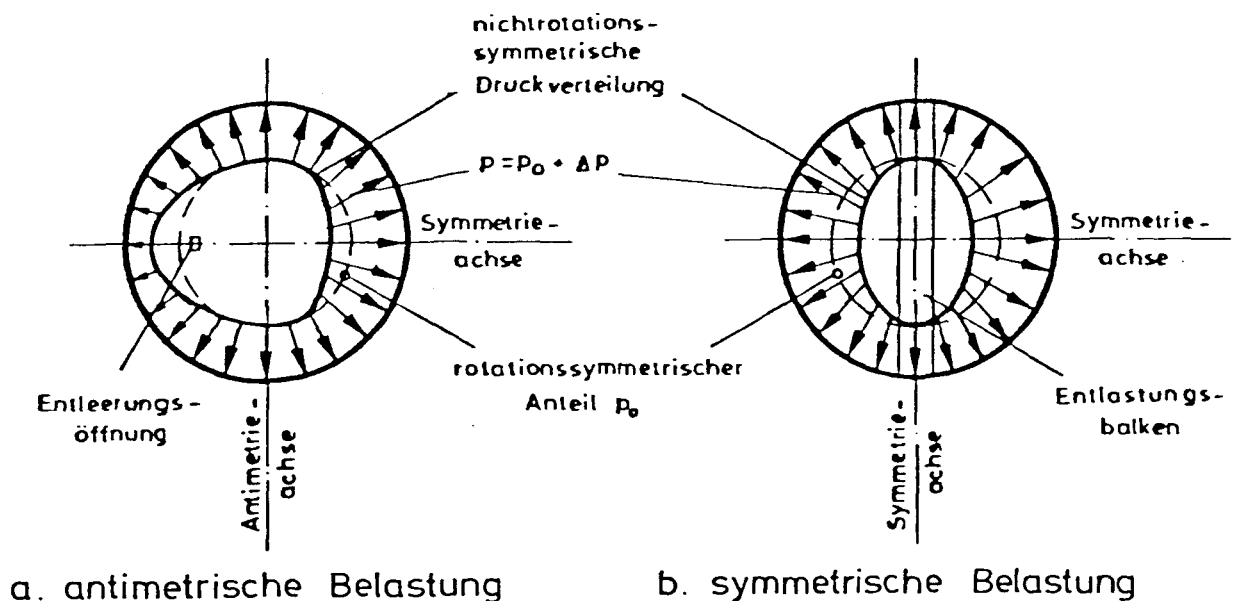


Bild 1 Beispiele für nicht rotationssymmetrische Belastungen

Zur analytischen Beschreibung der beiden Lastansätze wurde die Beziehung

$$p = p_0 \pm \Delta p_0 \cdot |\cos^n \varphi| \cdot \sin \left(\frac{z}{z_B} \cdot \pi \right) \quad (\text{antimetrische Belastung})$$

$$p = p_0 \pm \Delta p_0 \cdot |\cos^n \varphi| \cdot 1 \quad (\text{symmetrische Belastung})$$

gewählt. p_0 stellt dabei den rotationssymmetrischen und Δp_0 den

Maximalwert des nichtrotationssymmetrischen Anteils dar, der unabhängig vom Exponenten n entweder antimetrisch oder symmetrisch angesetzt wurde. Durch den Exponenten n wird die Belastungsverteilung entlang des Umfangs beschrieben. In Vertikalrichtung wurde die antimetrische Lastverteilung durch einen Sinus-Ansatz festgelegt und auf den Belastungsbereich Z_B bzw. $2 Z_B$ begrenzt. Die symmetrische Lastverteilung wird im unteren Zellenbereich näherungsweise konstant über die Höhe angesetzt, da die tatsächlich auftretenden höheren symmetrischen Lasten im Bereich des Entlastungsbalkens infolge der biegemomentenvermindernden Wirkung des Entlastungsbalkens nicht zu größeren Schnittgrößen führen. Bild 2 zeigt einige Belastungsverteilungen in Abhängigkeit von Z/Z_B und n .

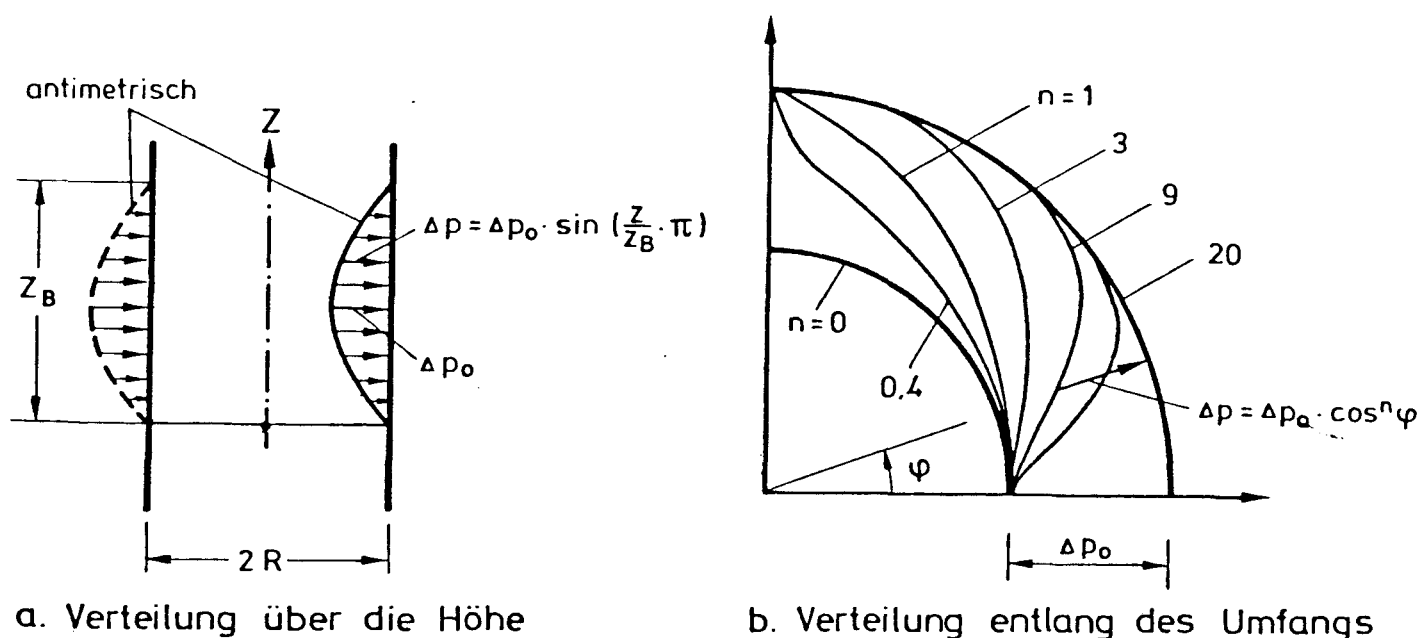


Bild 2 Gewählte Belastungsverteilungen bei nicht rotationssymmetrischer Belastung

Wie die hiermit durchgeführten Untersuchungen zeigen, ist die Verformung und Biegebeanspruchung wesentlich von der Verteilung der nichtrotationssymmetrischen Belastung entlang des Umfangs bzw. vom Exponenten n und von der vertikalen Verteilung bzw. Belastungshöhe Z_B abhängig. Bild 3 a zeigt den Biegemomenten- und Verformungsverlauf, Bild 3 b den Einfluß auf die Extremwerte der Verformungen, Biegemomente und Querkräfte in der Schale in Abhängigkeit von der Belastungsverteilung entlang des Umfangs und Bild 3 c die Abhängigkeit der Extremwerte von der Belastungshöhe bei antimetrischer Belastungsverteilung.

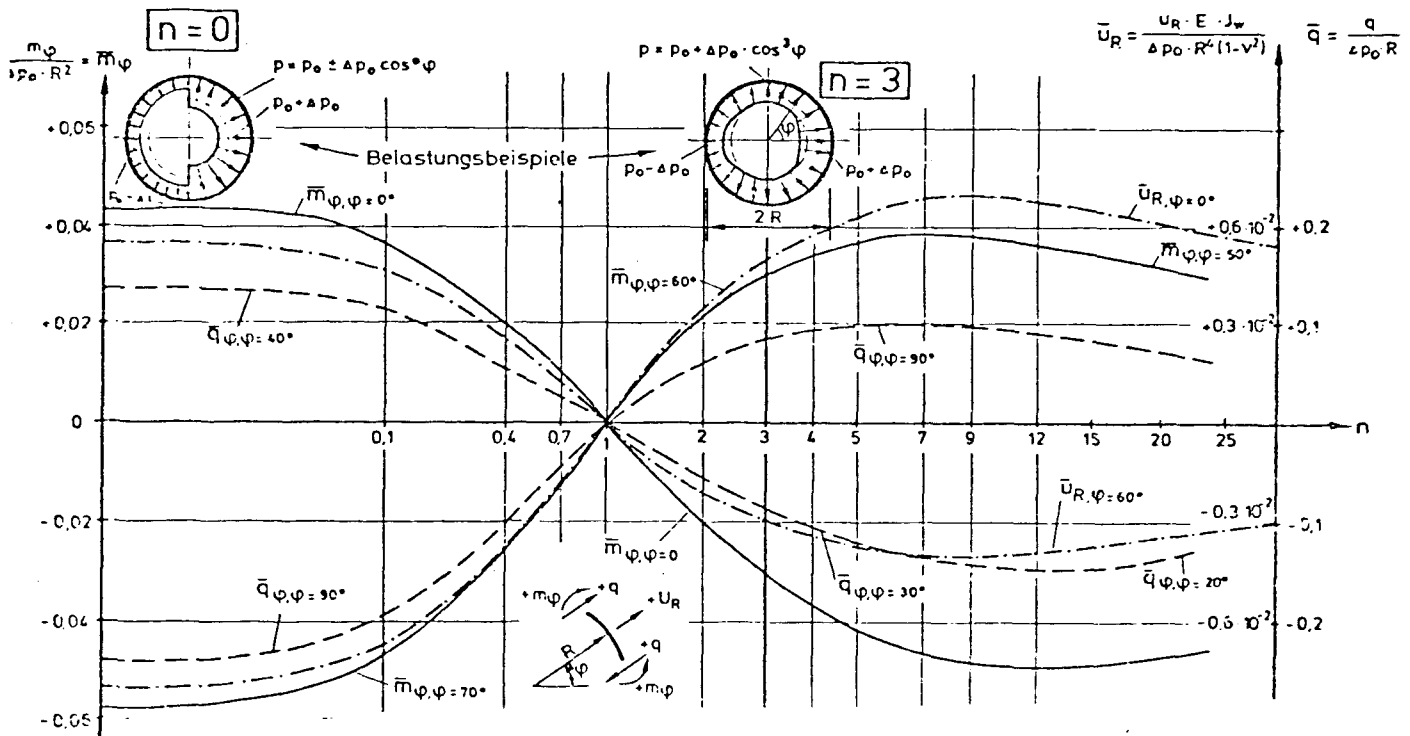
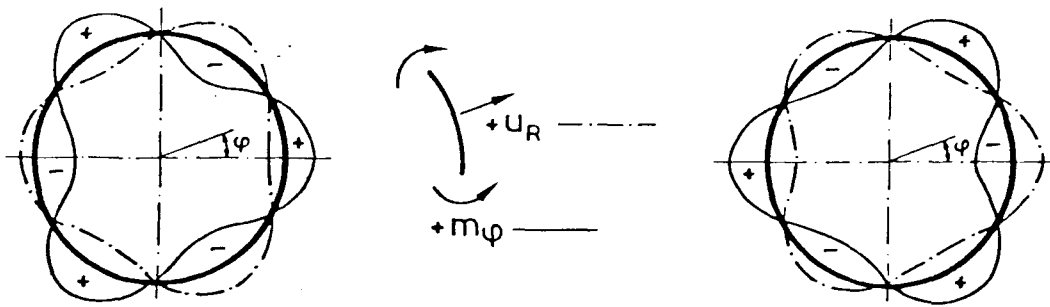
Weil die zugehörige Schubkraft der Funktion $\sin(\varphi)$ folgt, ist die Biegebeanspruchung bei $n = 1$ - also einer reinen $\cos(\varphi)$ -Verteilung - gleich Null und erreicht Extremwerte einerseits für $n = 9$ und andererseits, mit anderem Vorzeichen, für $n = 0$.

In den Bildern 4 a und 4 b sind der Biegemomenten- und der Verformungsverlauf sowie die Extremwerte in Abhängigkeit von der Belastungsverteilung entlang des Umfangs für höhenmäßig konstante Lastverteilung dargestellt.

Wenn man demgegenüber von einer nur örtlich begrenzten Lasterhöhung ausgeht und eine annähernd gleichartige Lastabtragung in Lotrichtung wie in Ringrichtung unterstellt, sind die Werte m in Bild 4 b auf rund $1/3$ zu reduzieren. Es ergibt sich eine Annäherung an die Ergebnisse aus antimetrischer Lastverteilung nach Bild 2 a und 3 b.

- 3 -

für
 $n = 7$



and

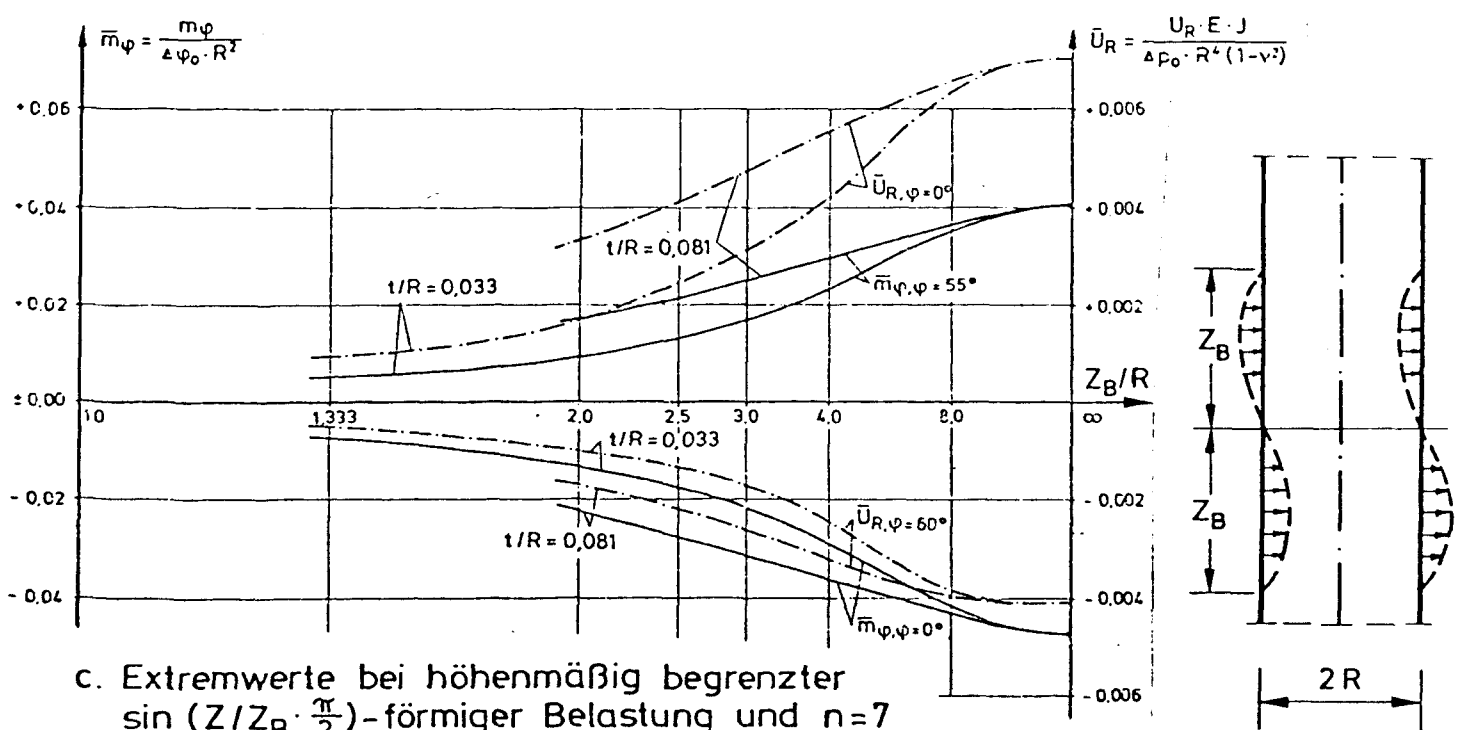
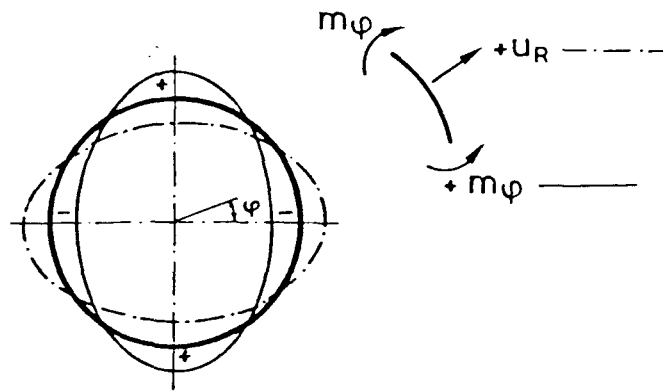
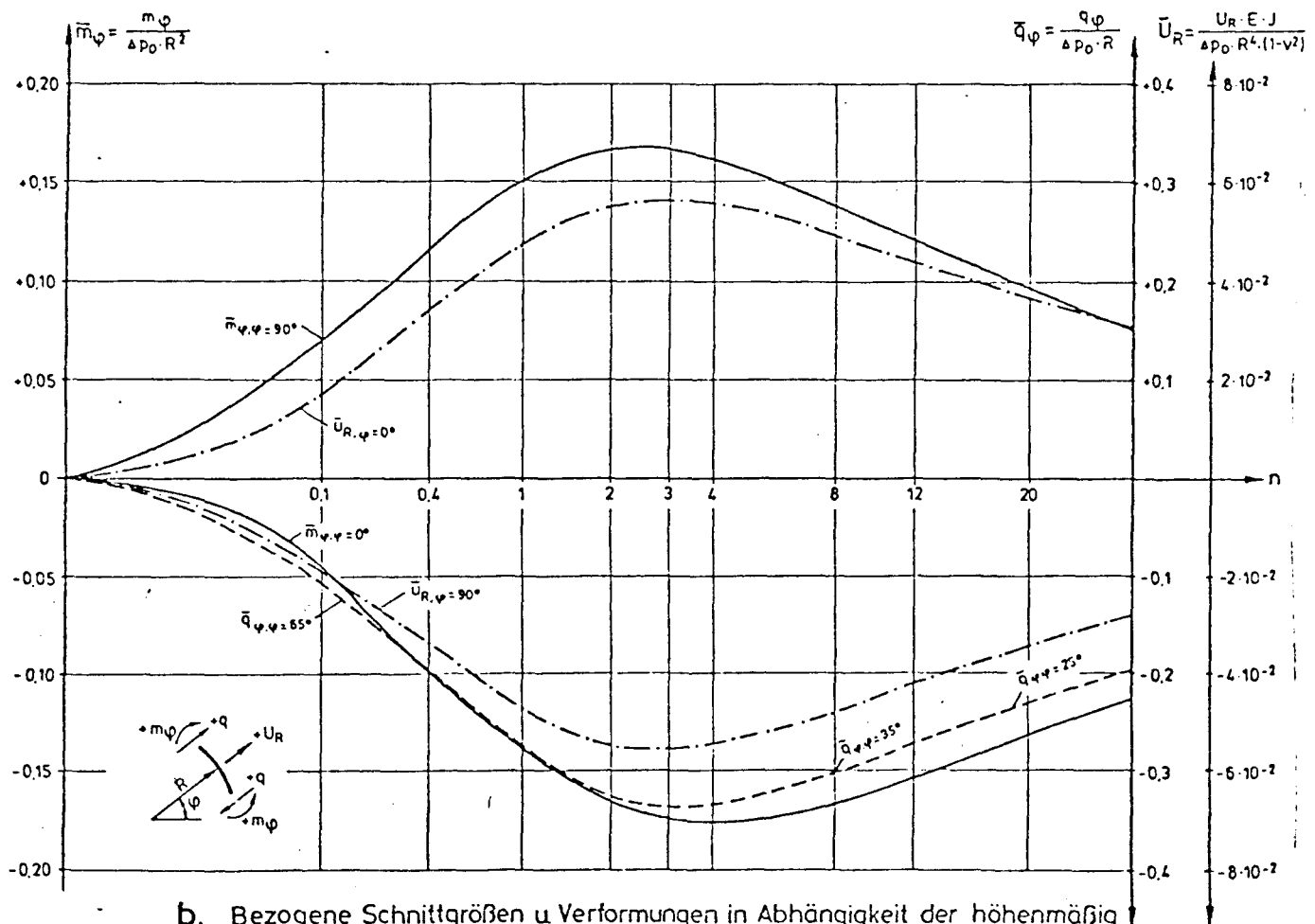


Bild 3 Schnittgrößen und Verformungen bei antisymmetrischer Belastung



a. Biegemomenten- und Verformungsverlauf für $n = 3$



b. Bezogene Schnittgrößen u Verformungen in Abhängigkeit der höhenmäßig konst. symmetrischen Belastungsverteilung $p = p_0 + \Delta p_0 \cdot |\cos^n \alpha|$

Bild 4 Schnittgrößen und Verformungen bei symmetrischer Belastung

Die tatsächlichen Belastungsverteilungen für die zuvor beschriebenen Fälle sind bezüglich der höhenmäßigen Verteilung ausreichend, jedoch bezüglich der tangentialen Verteilung kaum untersucht. Die Verteilung entlang eines Umfangviertels - in den gewählten Belastungsansätzen durch n beschrieben - ist nicht bekannt. Sie hat auf die Biegemomente jedoch den größten Einfluß. Aus diesem Grund wurde eine bestehende Druckmeßanlage in einer Großsilozelle um weitere Druckmeßplatten und ein Verformungsmeßgestänge erweitert - in der Hoffnung, hieraus weitere Angaben über die Größe dieser nichtrotationssymmetrischen Belastung und deren näherungsweise Verteilung entlang des Umfangs zu erhalten. Diese Messungen mußten jedoch wegen eines Schadens an der Silozelle mit nachfolgender, vorübergehender Stilllegung ca. zwei Monate nach Meßbeginn wieder abgebrochen werden. Die bis dahin gesammelten Meßwerte - zum Teil sicherlich schon an der beschädigten Silozelle beobachtet - lassen nur erkennen, daß die Druckverteilungen auch weit über dem Entlastungsbalken noch unregelmäßig ist.

Unter Berücksichtigung einer experimentell einigermaßen abgesicherten höhenmäßigen Verteilung und Größe der nichtrotationssymmetrischen Silolasten, jedoch unter Zugrundelegung der jeweils ungünstigsten Verteilung entlang des Umfangs, genügt es, die Wände von kreisförmigen Silozellen an allen Stellen im unteren und mittleren Bereich in Umfangrichtung für den Gebrauchszustand für $m_{\varphi} = 0,06 \cdot R^2 \cdot p_{\text{DIN 1055}}$ mit zugehörigem $n_{\varphi} = 0,9 \cdot R \cdot p_{\text{DIN 1055}}$ zu bemessen. Ein Entlastungsbalken, sofern vorhanden, müßte fest mit der Wand verbunden sein; anderenfalls können im Bereich des Entlastungsbalkens noch größere Biegemomente auftreten. Die vorstehend genannten Werte entsprechen einer vorsichtigen auf Meßwerte gegründeten Abschätzung, wobei wahrscheinliche Begrenzungen des örtlich wirkenden, nichtrotationssymmetrischen Lastanteils zugrunde gelegt wurden.

Es ist experimentell nur schwer nachweisbar, jedoch nicht auszuschließen, daß die Zellenwände in einigen Fällen vom Silogut ausgesteift werden. Durch die sich dabei ändernde Druckverteilung in Form einer Annäherung an den rotationssymmetrischen Zustand ver-

ringert sich die Biegebeanspruchung. Es ist anzunehmen, daß dies insbesondere für weiche Zellenwände und steife Silogutfüllungen in Betracht kommt.

In sehr steifen Silozellen gemessene Druckverteilungen können somit nicht immer auf Zellen mit sehr biegeweichen Wänden übertragen werden. Bild 5 zeigt die Veränderung der Extremwerte der Biegemomente in Abhängigkeit des Parameters $E_{\text{Silogut}} \cdot R^3 / (E \cdot I_w)$, wenn angenommen wird, daß die in allen Fällen gleiche Last sich entsprechend der Steifigkeiten auf Wand und Silogut verteilt.

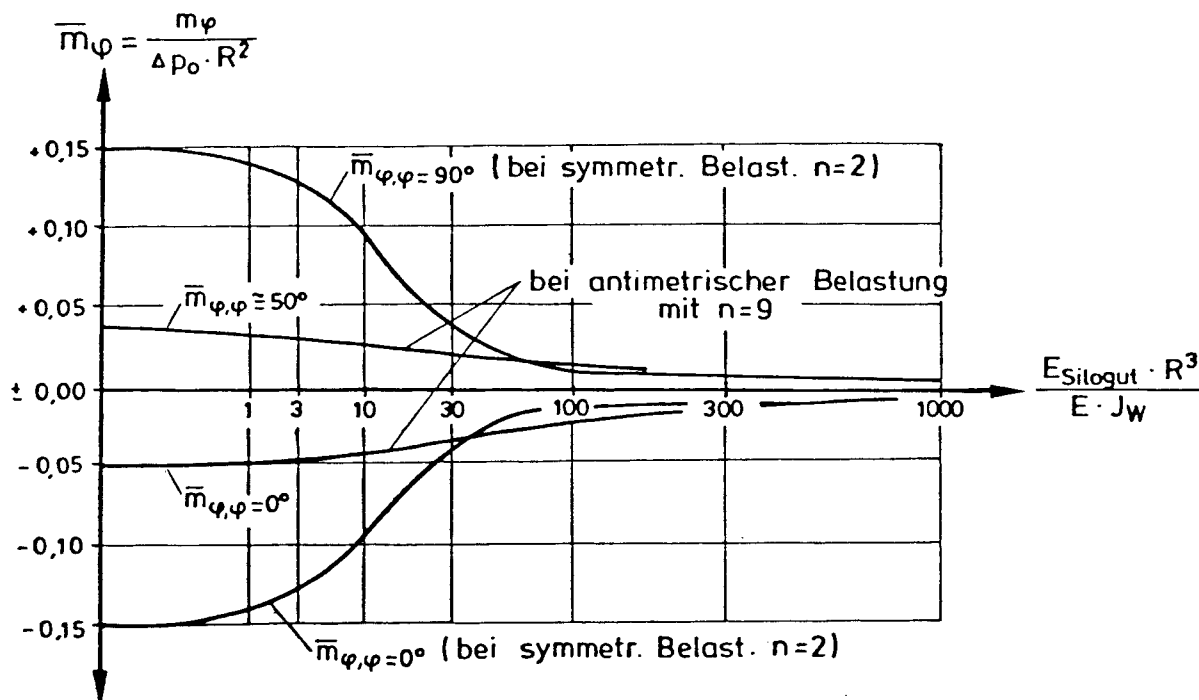


Bild 5 Bezogene Biegemomente unter Berücksichtigung der aussteifenden Wirkung des Siloguts

Es sollte jedoch ausdrücklich betont werden, daß eine solche aussteifende bzw. abmindernde Wirkung nur durch eine entsprechende Druckveränderung zustande kommt. Es wäre falsch, bei einer experimentell gewonnenen Druckverteilung für die gleiche Zelle zusätzlich noch Abminderung durch die stützende Wirkung des Silogutes gemäß Bild 5 vorzunehmen. Die Angaben in Bild 5 gelten somit nur zum Vergleich der Schalenwandbeanspruchungen bei stützender Wirkung des Silogutes zwischen biegeweichen und steifen Zellenwänden bei sonst gleichen Bedingungen.

Eine weitere, weniger spektakuläre Verminderung der Biegebeanspruchung kommt durch die zusätzliche Membranlastabtragung infolge der Zellenverformung zustande. Bild 6 zeigt die Abhängigkeit der Extrembiegemomente vom Parameter $p_0 \cdot R^3 / (E \cdot I_w)$ für höhenmäßig konstante, symmetrische und antisymmetrische Belastungen. Man erkennt, daß dieser abmindernde Einfluß aus der zusätzlichen Membranlastabtragung und bei Stahlbeton-Silozellen im allgemeinen vernachlässigbar ist.

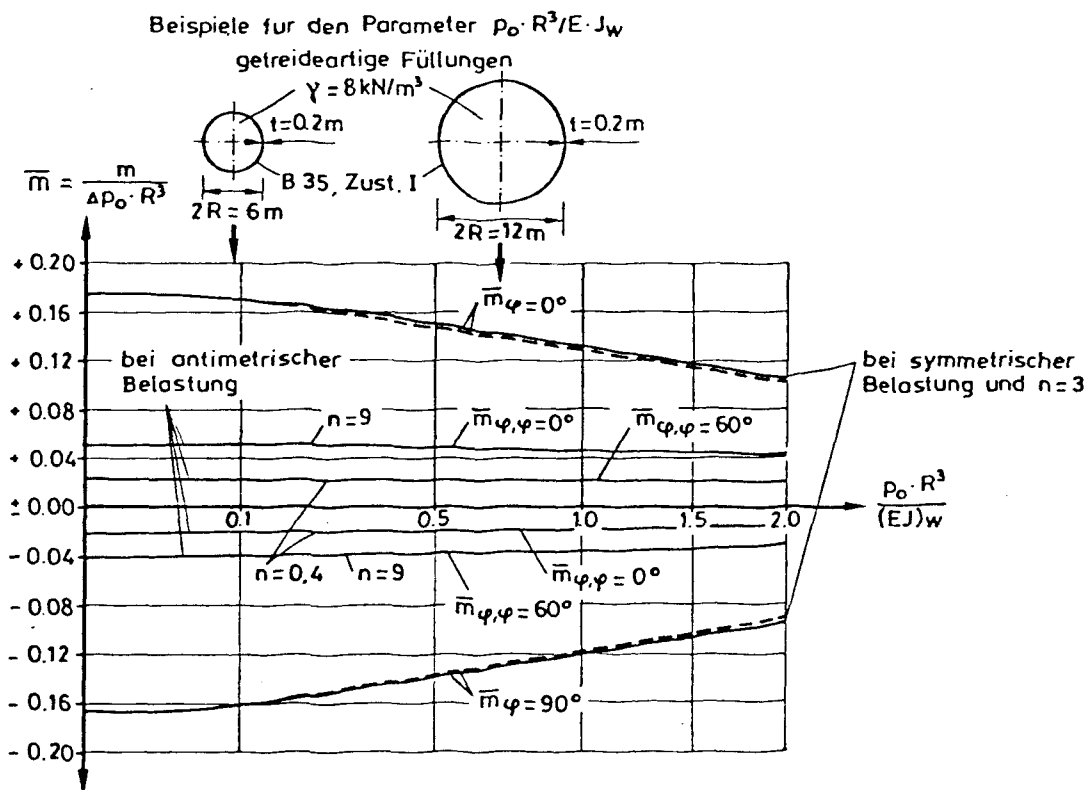


Bild 6 Bezog. Biegemomente unter Berücksichtigung der Membranlastabtragung

Bei Nachrechnung vieler bestehender Silozellen mit den hier gemachten Angaben ergeben sich theoretisch meist nicht mehr aufnehmbare Biegemomente. Daß viele Zellen dennoch stehen und z. T. bis heute unbeschädigt blieben, deutet auf günstigere Belastungsverteilungen entlang des Umfangs hin.

Aufgrund der Unkenntnis dieser Belastungsverteilung und der relativ vielen Siloschäden sollte für neu zu errichtende kreisförmige Silozellen bis zur weiteren Klärung dieser Dinge empfohlen oder

die Forderung erhoben werden, die Zellenwände für die hier ermittelten Biegemomentengrößtwerte zu bemessen. Weiterhin empfiehlt sich eine intensive Erforschung der Größe und tangentialen Verteilung der nichtrotationssymmetrischen Belastung; denn die hier ermittelten Extrembiegemomente erfordern wesentlich größere Zellenwanddicken und Bewehrungen als bisher allgemein üblich.

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

Seite

1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Untersuchungen bei antimetrischen Belastungsansätzen nach Bild 1 A</u>	3
2.1 Belastung beim exzentrischen Entleeren	3
2.2 Auswirkung der antimetrischen Belastung auf die Verformungen und Schnittgrößen in Kreiszyinderschalen	6
2.3 Abmindernde Einflüsse auf die Biegebeanspruchung bei antimetrischen Belastungen	20
3. <u>Untersuchungen bei symmetrischen Belastungsansätzen nach Bild 1 B</u>	27
3.1 Belastung bei mittig angeordneten Entlastungsbalken	27
3.2 Auswirkung der symmetrischen Belastung auf die Verformungen und Schnittgrößen in Kreiszyinderschalen	30
3.3 Abmindernde Einflüsse auf die Biegebeanspruchung bei symmetrischer Belastung	43
4. <u>Zusammenfassung und Schlußfolgerung</u>	49
5. <u>Anhang</u>	51
5.1 Beschreibung der Meßanlage zur Durck- und Verformungsmessung	51
5.2 Ergebnisse der Druck- und Verformungsmessungen	66
5.3 Benutzte Finite-Element-Systeme und einzelne analytische Untersuchungen	74
5.4 Aufstellung von vereinfachten Bemessungsvorschlägen für kreisförmige Silozellen	86
6. <u>Literaturverzeichnis</u>	89

1. Einleitung

Rotationssymmetrische, meist kreis- bzw. kegelförmige Silozellen bieten bei rotationssymmetrischer Belastung bezüglich der Lastabtragung aus dem Silogut erhebliche Vorteile. Nennswerte Biegemomente entstehen dann nur in Randstörbereichen.

Viele der bekannten Silotheorien - wie die von Janssen-Koenen [1, 2, 4], Reimbert [3, 4] und Jenike [6, 7] - liefern ebenso wie die meisten Normenansätze [4] bei rotationssymmetrischen Zellen nur rotationssymmetrische Lasten, bzw. es werden in der Deutschen Silobelastungsvorschrift [5] von der Rotationssymmetrie abweichende Lastansätze gewählt, die außerhalb der Randstörbereiche keine Biegemomente erzeugen.

Tatsächlich muß jedoch auch mit nichtrotationssymmetrischen Lasten gerechnet werden, die auch außerhalb der Randstörbereiche große Biegemomente erzeugen und verschiedene Ursachen haben können, wie:

- a) exzentrische Entleerung
- b) Einbauten zur Entlastung der Abzugseinrichtungen, wie Nasen, Entlastungsbalken usw.
- c) ungleiches Füllen
- d) geometrische Imperfektionen des Bauwerks oder ungleichmäßige Wandrauigkeiten
- e) Inhomogenitäten oder Anisotropien im Silogut, wie z. B. exzentrische Schlotbildung

Die Einflüsse lassen sich unterteilen in planmäßige und nichtplanmäßige oder ungewollte Störungen in der Rotations-symmetrie der Belastung.

Experimentelle Untersuchungen liegen sowohl für exzentrisches Entleeren [7, 8, 10] wie auch für Einbauten wie Nasen und

Entlastungsbalken [9] vor. Die Auswirkung von geometrischen Imperfektionen wurde in [11] für rotationssymmetrische Fälle untersucht, läßt sich gedanklich jedoch auch leicht auf nichtrotationssymmetrische Fälle übertragen. Untersuchungen über die Größe von geometrischen Imperfektionen und ungleichmäßigen Wandrauigkeiten sind jedoch nicht bekannt.

Wie die Untersuchungen [7, 8 und 9] zeigen, gibt es nichtrotationssymmetrische Lasten, die zu einer Achse symmetrisch und zur anderen antimetrisch sind wie beim exzentrischen Entleeren oder Füllen nach Bild 1 a, und solche, die zu zwei Achsen symmetrisch [9] sind wie z. B. unmittelbar über symmetrisch angeordneten Entlastungsbalken oder beim ungleichmäßigen, jedoch beim symmetrischen Füllen nach Bild 1 b. In weiter vorkommenden Fällen lassen sich die Lasten aus diesen beiden Anteilen näherungsweise zusammensetzen.

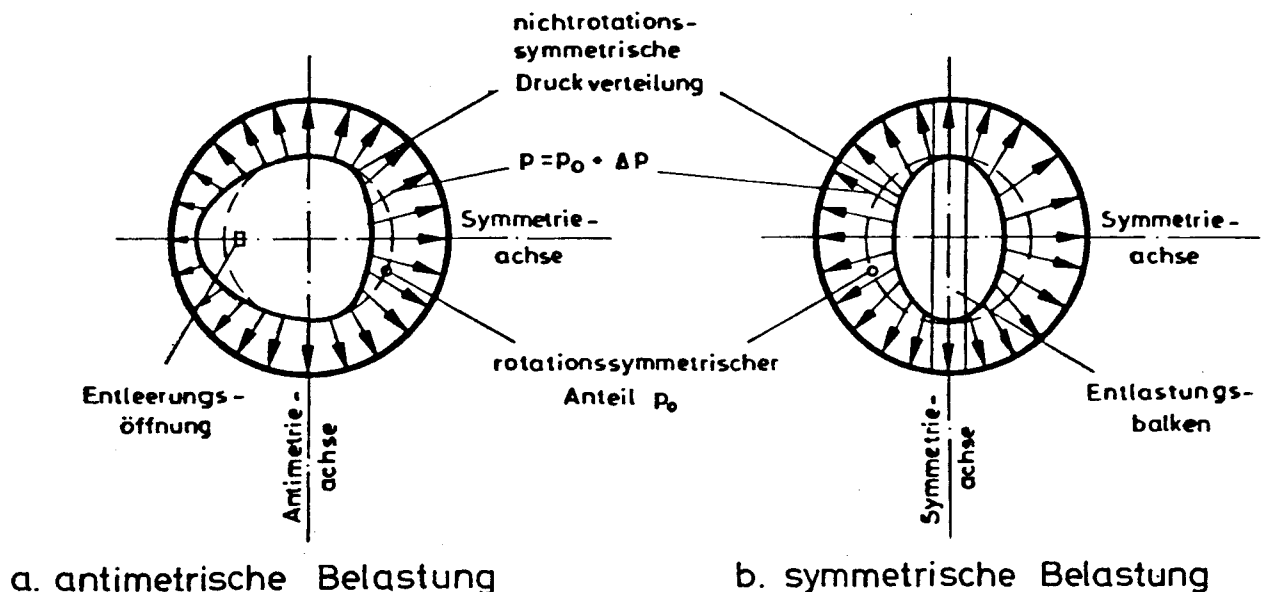


Bild 1 Beispiele für nicht rotationssymmetrische Belastungen

Die folgenden Untersuchungen sollen deshalb auf diese beiden Lastansätze nach Bild 1 a und 1 b beschränkt bleiben, die vereinfacht mit a n t i m e t r i s c h e r B e l a s t u n g (zu einer Achse symmetrisch, zu der um 90 Grad dazu versetzten antimetrisch, Bild 1 a) bzw. s y m m e t r i s c h e r B e l a s t u n g (zu zwei um 90 Grad zueinander versetzten Achsen symmetrisch, Bild 1 b) bezeichnet werden.

2. Untersuchungen bei antimetrischen Belastungsansätzen nach Bild 1 A

2.1 Belastung beim exzentrischen Entleeren

Die beim exzentrischen Entleeren entstehenden Drücke in einer Silozelle haben nach [7] und [8] etwa den in Bild 1 a bzw. Bild 2.1 angegebenen Verlauf. Sie sind im unteren Bereich der Zelle auf der Auslaufseite kleiner als auf der Gegenseite. Ab einer bestimmten Höhe - je nach Zellenform im unteren Bereich - ändern sich die Druckverhältnisse. Sie sind dann auf der Gegenseite meist kleiner, zuweilen aber auch gleichgroß wie auf der Auslaufseite.

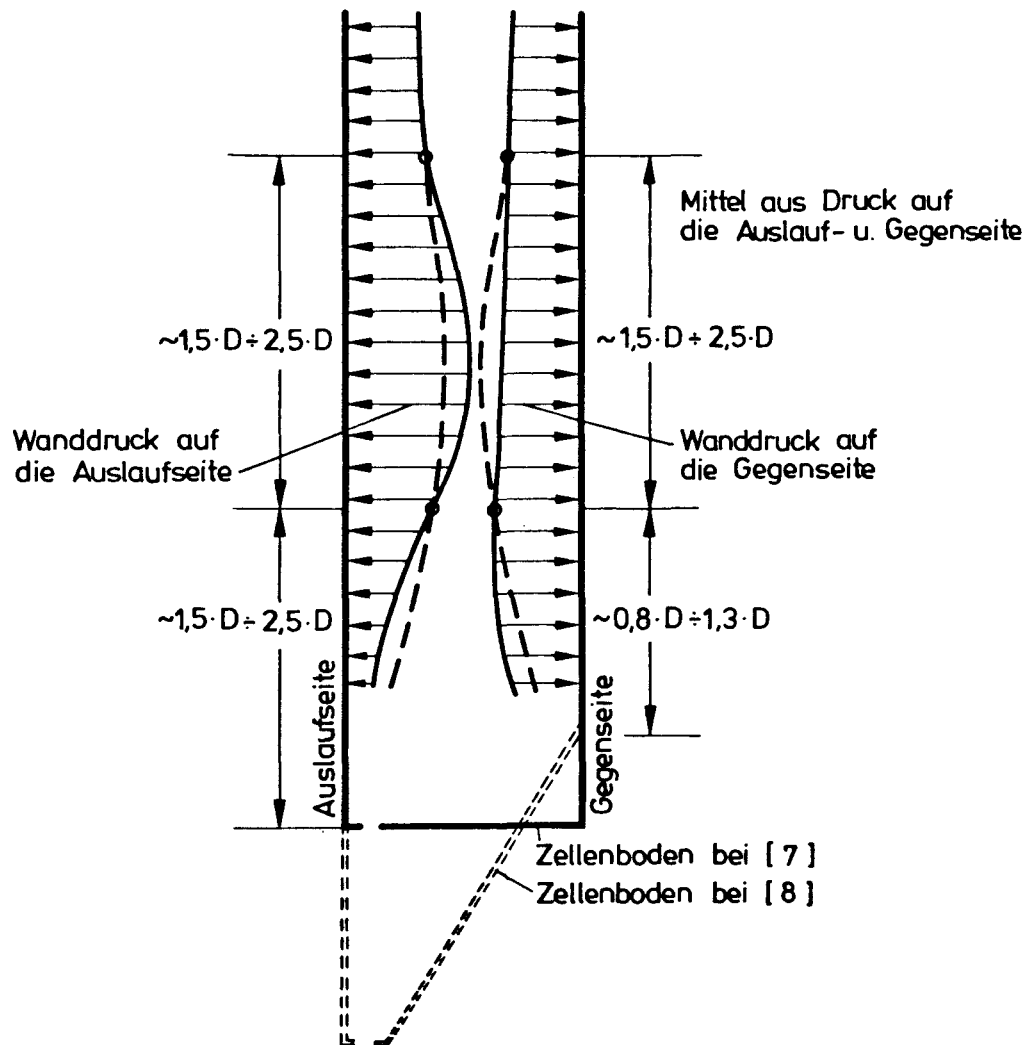


Bild 2.1 Qualitative Druckverteilungen in Abhängigkeit der Höhe beim exzentrischen Entleeren nach [7] u. [8]

Diese Druckveränderung wird anschaulich, wenn man sich die Ausfließverhältnisse im unteren Teil der Zelle vor Augen führt (Bild 2.2).

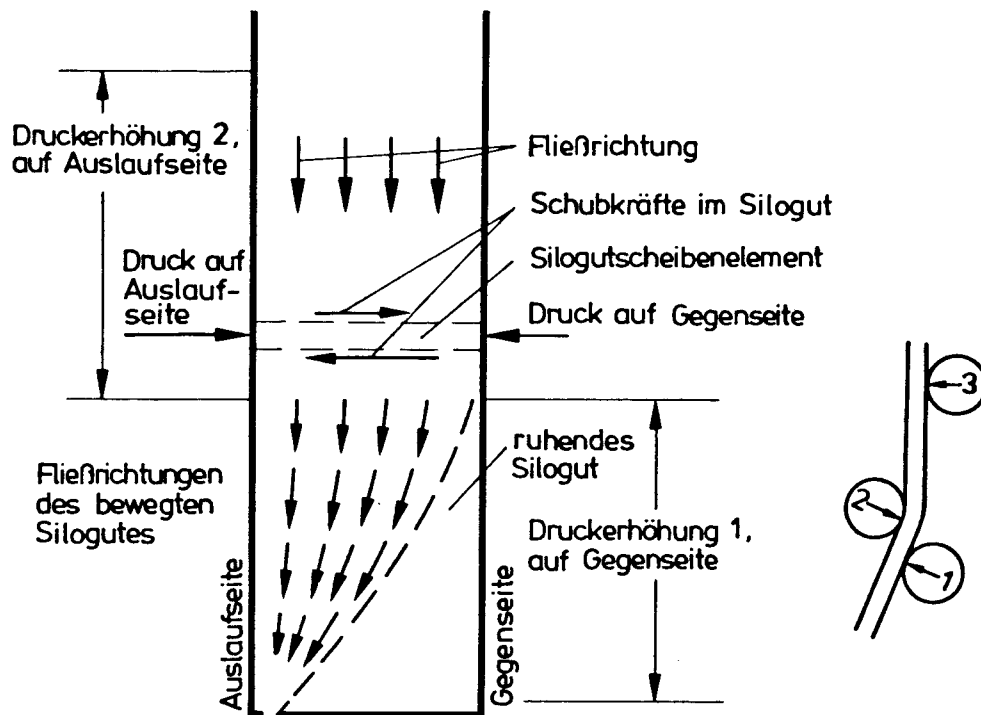


Bild 2.2 Entleerungsvorgänge im unteren Teil der Zelle und Analogie zu einem zu biegenden Stahlstab

Der sich z. T. zwischen Zonen ruhenden Materials nach unten bewegendes Silogut schlot aus überwiegend plastischem oder elastoplastischem Material muß ständig umgelenkt bzw. umgebogen werden. Ähnlich wie bei einem durch eine Biegemaschine laufenden Stahlstab (Bild 2.2) sind hierbei Umlenkpressungen bzw. von der Rotationssymmetrie abweichende Druckverteilungen notwendig. Von wesentlicher Bedeutung sind, wie Messungen ergaben [7 und 8], nur die beiden unteren großen Druckveränderungen (Druckerhöhung 1 und 2). Nach [7] beträgt das Mittel aus dem Druck auf die Auslauf- und Gegenseite (bis auf eine Ausnahme) ca. 90 % bis 100 % des derzeitigen DIN-Druckes [5]. Die Druckdifferenz kann zu max. 2 x 20 % des Druckmittels angenommen werden. Nach [8] beträgt im zylindrischen Teil der Zelle das

Druckmittel ca. 80 % bis 100 % des DIN-Druckes [5] und die Druckdifferenz max. 2×60 % des Druckmittels. Oberhalb etwa drei bis fünf Zellendurchmesser ist die Druckdifferenz im allgemeinen klein und beträgt nur ca. 10 % bis 20 % des DIN-Druckes [5].

Das bei der Zellenentleerung entlang der Wand nach unten strömende Silogut übt einen Normaldruck und eine in Richtung der Teilchenbewegung - im wesentlichen nur nach unten - gerichtete Schubspannung auf die Wand aus. Das Gleichgewicht einer Silogutscheibe in horizontaler Richtung wird dabei im wesentlichen durch die Normaldrücke zwischen Wand und Silogut und die auf der Unter- und Oberseite unterschiedlich großen Schubspannungen gehalten (Bild 2.2). Die in [7] und [8] angegebenen Untersuchungsergebnisse gelten für quadratische Silozellenquerschnitte. Ergebnisse für exzentrisches Entleeren von Kreissilozellen und zugehörige Belastungsverteilungen entlang des Umfangs sind nicht bekannt. Es ist jedoch anzunehmen, daß die in Bild 2.1 angegebene höhenmäßige Verteilung qualitativ auch bei kreisförmigen Silozellen auftritt.

Nach Abspaltung des rotationssymmetrischen Anteils, der - abgesehen von der unteren Randströmung - bei kreisförmigen Silozellen keine Biegemomente erzeugt, verbleibt ein nichtrotationssymmetrischer Anteil, bestehend aus zwei Halbwellen, die sich in den Bereich bis ca. 2,3 bis 5 mal Silodurchmesser in den zylindrischen Teil der Zelle erstrecken.

2.2 Auswirkung der antimetrischen Belastung auf die Verformungen und Schnittgrößen in Kreiszylinderschalen

Zur analytischen Beschreibung der experimentell ermittelten und in Bild 1 a und 2.1 angegebenen nichtrotationssymmetrischen Belastung wird der in Bild 2.3 angegebene Belastungs-

ansatz gewählt, welcher im wesentlichen die - nach Abspaltung des rotationssymmetrischen Anteils - verbleibende nichtrotationssymmetrische Belastung annähern soll. Die Belastungshöhe wird dabei durch Z_B beschrieben. Die höhenmäßige Verteilung ist sin-förmig. In Umfangsrichtung wird die Belastungsverteilung durch den Exponenten n bestimmt (siehe Bild 2.4 b). Ansätze der hier gewählten Art ($\cos^n \varphi$) lassen sich für ganzzahlige n immer umwandeln in $\cos(m \cdot \varphi)$ -förmige, wie sie üblicherweise in der Literatur [20, 21, 22] benutzt werden. Der $(\cos^n \varphi)$ -förmige Ansatz scheint für die hier durchgeführten Untersuchungen geeigneter zu sein, da er auf einfachere Art die Belastungsverteilung entlang eines Umfangviertels zu beschreiben vermag (siehe Bild 2.4 b). Für den in Bild 2.3 gewählten Belastungsansatz wäre nach [7 und 8] für p_0 etwa der derzeitige DIN-Druck [5] und für Δp_0 max. 60 % von p_0 anzusetzen.

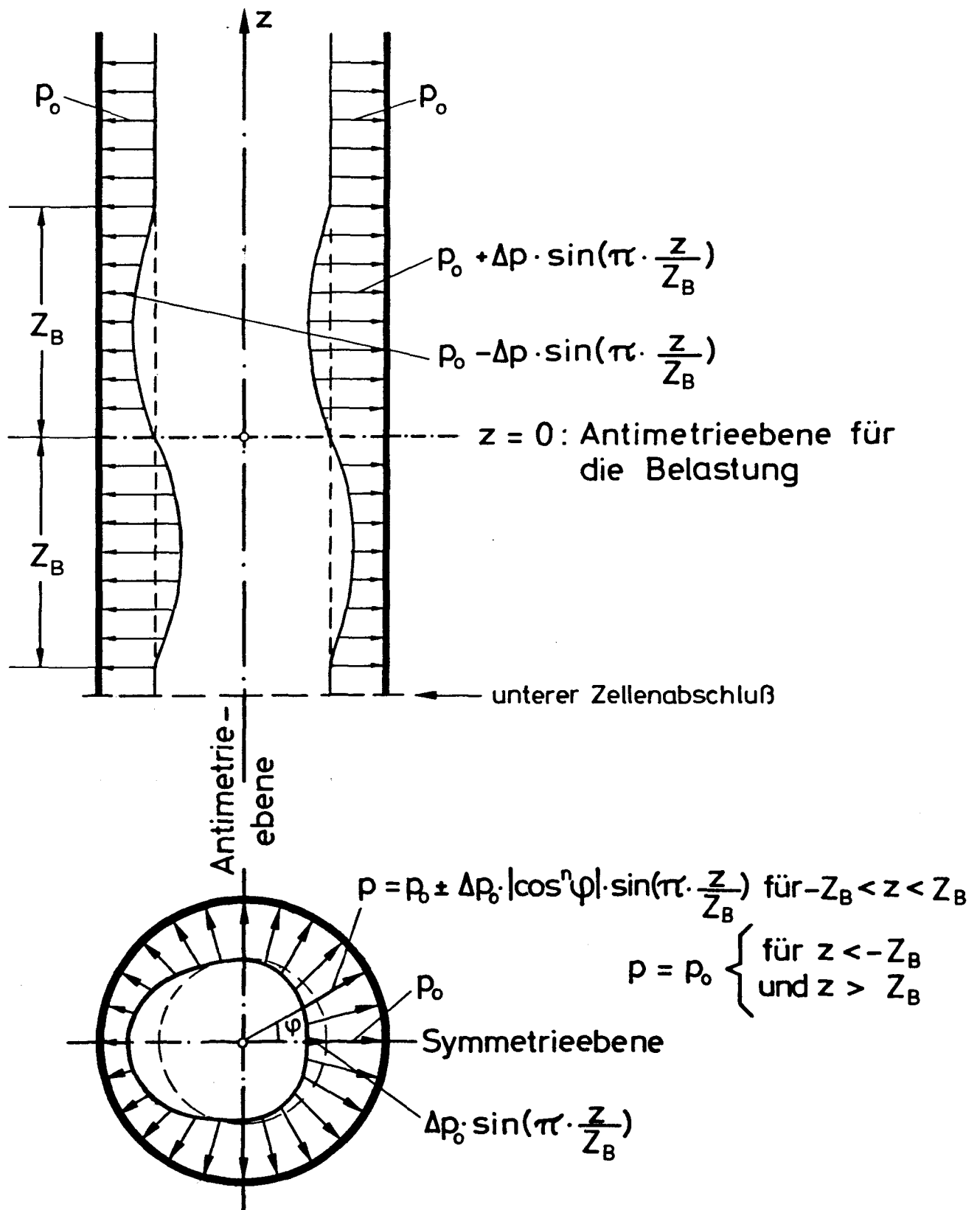


Bild 2.3 Antimetrische Belastungsverteilung in φ - und z - Richtung als Annäherung an die gemessenen Druckverhältnisse bei exzentrischer Entleerung

Untersucht man die Auswirkung der in Bild 2.3 dargestellten Belastungsverteilung auf die Biegemomente, stellt man fest, daß die größten Biegemomente etwa in jenen Höhen der größten Belastung, also etwa bei $Z = Z_B/2$ (Bild 2.3) auftreten. Von sehr großem Einfluß zeigt sich hierbei der Exponent n , der die Belastungsverteilung entlang des Umfangs beschreibt.

Um diesen Einfluß zunächst gesondert zu ermitteln, wurde - stellvertretend für eine antimetrische, höhenmäßig jedoch konstante Belastung einer Kreiszyinderschale (Bild 1 A) - ein Kreisring mit der in Bild 2.4 angegebenen Belastungsverteilung untersucht.

Ein solcher aus der Zellenwand herausgelöster Kreisring wird durch das Silogut nur normal zur Wand und in Fließrichtung des Silogutes belastet. Die infolge der nicht immer ganz lotrechten Fließrichtung vorhandene horizontale Komponente der Wandschubbelastung aus dem Silogut kann gegenüber den lotrechten und radialen Anteilen im allgemeinen vernachlässigt werden. Der radial wirkende Belastungsanteil erzeugt in Richtung der Symmetrieachse eine verbleibende resultierende Kraft, welche durch den auf der Ober- und Unterseite unterschiedlich großen Schubfluß des aus der Zylinderwand herausgeschnittenen Kreisringes im Gleichgewicht gehalten wird. Dieser Schubfluß ist entsprechend der Biegetheorie für lange, kreisförmige Röhren unabhängig von der $\cos^n\varphi$ -förmigen Belastungsverteilung immer $\sin(\varphi)$ -förmig verteilt (Bild 2.4). Nach Abspaltung des rotationssymmetrischen Radialdrucks und der vertikalen Wandschubbelastung verbleiben die beiden für die Biegebeanspruchung im wesentlichen verantwortlichen Anteile, bestehend aus dem $\cos^n\varphi$ -förmig verteilten, jedoch immer antimetrisch wirkenden Radialdruck aus dem Silogut und dem immer $\sin(\varphi)$ -förmigen Differenzschubfluß zwischen der Ober- und Unterseite (Bild 2.4).

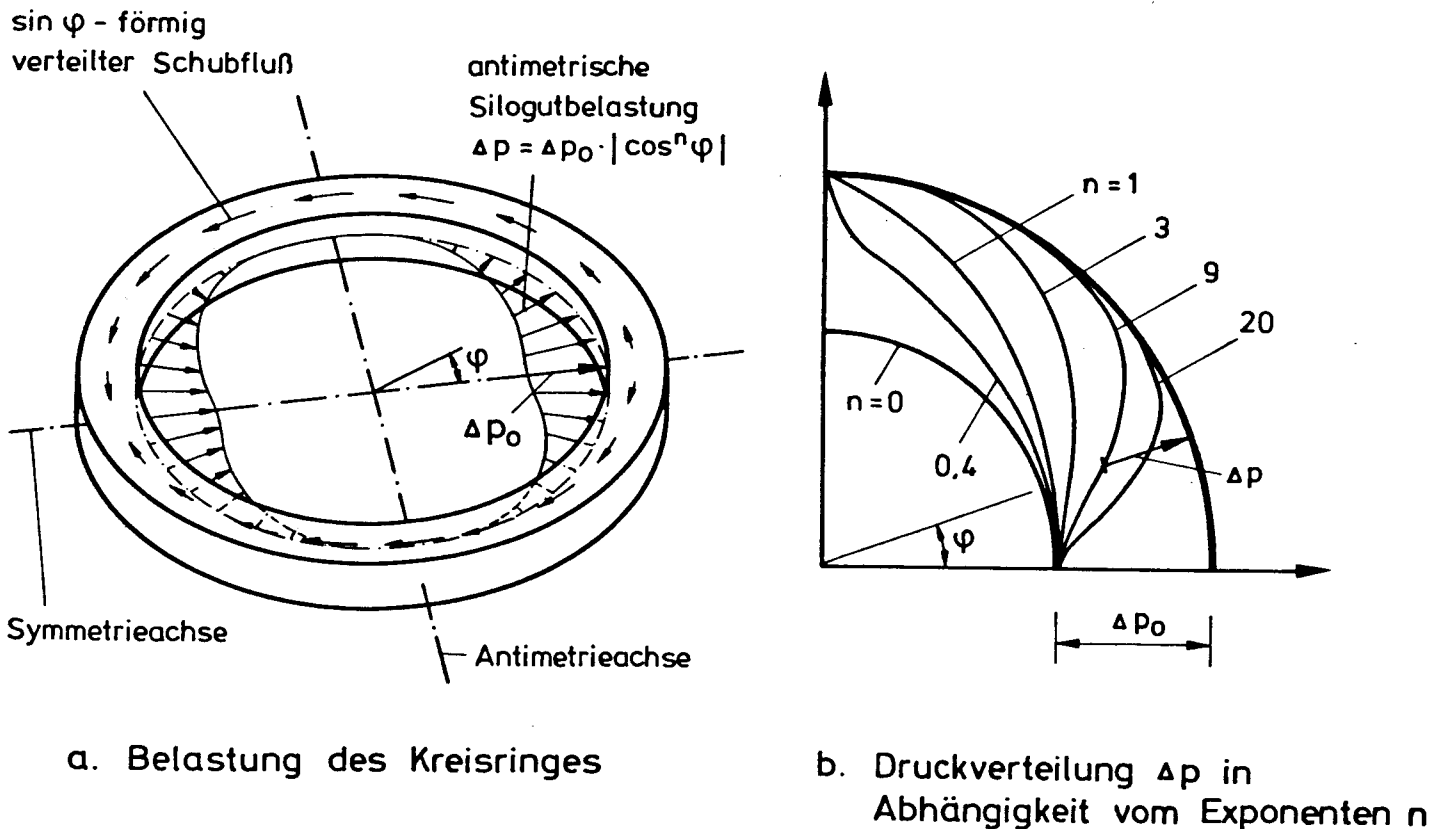
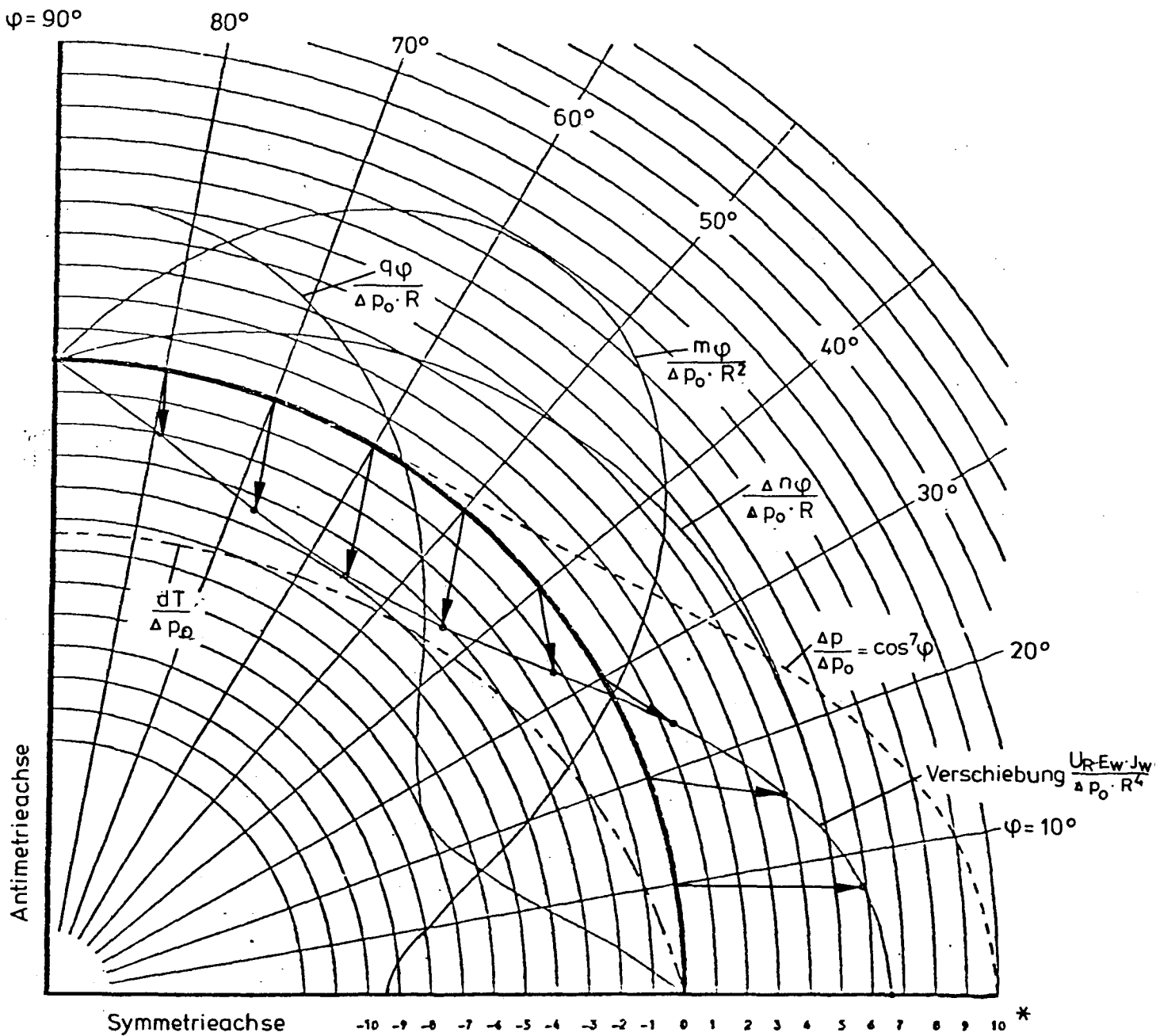


Bild 2.4 Belastung eines aus der Silowand herausgelösten Kreisringes nach Abspaltung aller rotations-symmetrischen Anteile

Bild 2.5 zeigt den Verformungs- und Schnittgrößenverlauf in einem Zellenviertel für eine durch $n = 7$ beschriebene, höhenmäßig konstante Belastungsverteilung. Die Extremwerte der Verformungen und Biegemomente liegen bei $\varphi = 0$ und je nach Größe von n bei $\varphi = 50$ bis 70 Grad, die Extremwerte der Querkräfte bei $\varphi = 90$ und $\varphi = 20$ bis 40 Grad. Die zusätzliche, nur aus der antimetrischen Belastung entstehende Normalkraft ist bei $\varphi = 90$ Grad Null und liefert bei $\varphi = 0$ die größte Zugbeanspruchung in der Schale in tangentialer Richtung.

Bei Variation des Exponenten n , der die Radialdruckverteilung entlang des Umfangs beschreibt (Bild 2.4), zeigt sich ein sehr interessanter Effekt. Bei $n = 1$ sind die Biegemomente, Verformungen und Querkräfte Null und erreichen einerseits bei $n = 7$ bis 12 und andererseits bei $n = 0$ Extremwerte (Bild 2.6). Während Belastungsverteilungen für $n = 7$ bis 12 vorstellbar sind, scheinen solche für $n \approx < 0,4$ wegen der nahezu sprunghaften Änderung praktisch kaum möglich zu sein. Die am Kreisring gewonnenen Ergebnisse gelten für höhenmäßig konstante Belastung und geben Anhaltspunkte für die weiteren, an einer Kreiszylinderschale durchzuführenden Untersuchungen mit der den experimentellen Ergebnissen (Bild 2.1) näherkommenden, höhenmäßig veränderlichen Belastung (Bild 2.3).



* Maßstäbe :

$$1 \text{ Einheit} \hat{=} 0,1 \cdot \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \text{ bzw. } 0,1 \cdot \frac{dT}{\Delta p_0} \text{ bzw. } 0,1 \cdot \frac{\Delta n\varphi}{\Delta p_0 \cdot R} \text{ bzw. } 0,001 \cdot \frac{U_R \cdot E_w \cdot J_w}{\Delta p_0 \cdot R^4}$$

$$\text{bzw. } 0,005 \cdot \frac{m\varphi}{\Delta p_0 \cdot R^2} \text{ bzw. } 0,02 \cdot \frac{q\varphi}{\Delta p_0 \cdot R}$$

Bild 2.5 Belastungs-, Schnittgrößen- und Verformungsverlauf für ein Silozellenviertel infolge antimetrischer Zusatzlast
Beispiel für $\Delta p = \Delta p_0 \cdot \cos^7 \varphi$

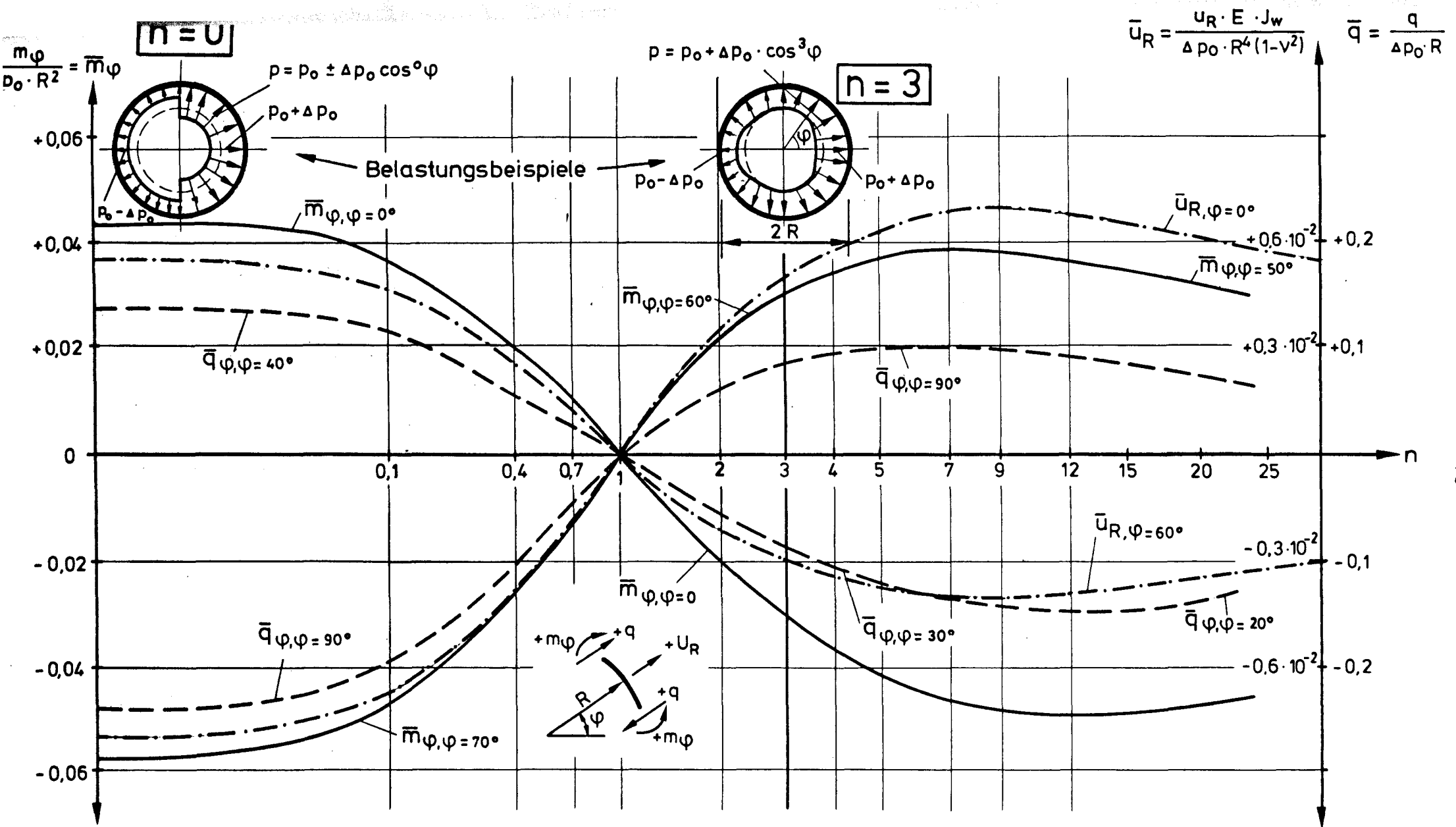


Bild 2.6 : Bezog. Schnittgrößen u. Verformungen in Abhängigkeit der höhenmäßig konst. antisymmetrischen Belastungsverteilung $p = p_0 \pm \Delta p_0 \cdot |\cos^n \varphi|$

In Bild 2.7 ist der Schnittgrößen- und Verformungsverlauf einer unten eingespannten Zylinderschale für den in Bild 2.3 gewählten Belastungsansatz dargestellt. Die Biegemomente im untersten Zellenbereich, insbesondere die an der Einspannstelle, werden um die Anteile aus der Randstörung des rotationssymmetrischen Belastungsanteils vergrößert. Sie sind sehr stark von der konstruktiven Ausbildung des unteren Zellenabschlusses abhängig und können deshalb allgemeingültig nur sehr unvollkommen angegeben werden.

Außerhalb dieses Randstörbereiches lassen sich die Schnittgrößen und Verformungen für Kreiszylinderschalen allgemeingültig angeben. Sie sind im Bereich der oberen Belastungshalbwelle meist größer als im Bereich der unteren Halbwelle. Die untere Einspannung bewirkt offensichtlich eine statisch günstige Zellenaussteifung.

Geht man davon aus, daß die untere und obere Randstörung den oberen Belastungshalbwellenbereich (Bild 2.7) nicht oder kaum beeinflußt, genügt es, eine nach oben und unten unendlich ausgedehnte Röhre und unter Berücksichtigung der Belastungsantimetrie bzw. -symmetrie sogar nur eine Achtelzelle davon zu untersuchen (siehe Anhang, Abschnitt 5.3.2). Die mögliche höhenmäßige Auswirkung einer unteren Randstörung wurde im Anhang, Abschnitt 5.3.5, untersucht. Hier findet sich auch eine Gegenüberstellung der Biegemomente, welche an der in Bild 2.7 dargestellten Zelle ermittelt wurden, mit jenen, die sich an der unendlich langen Zylinderröhre ergeben.

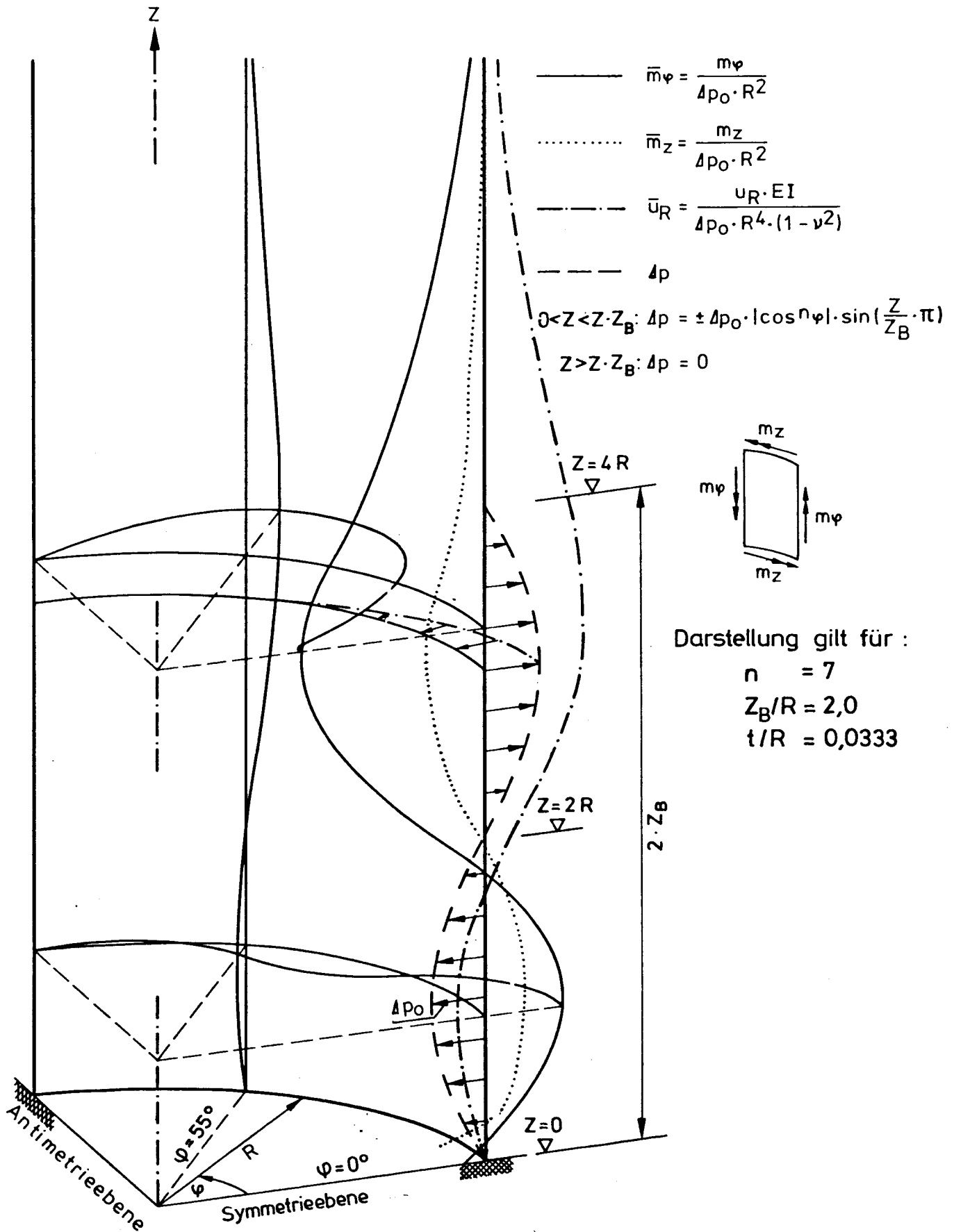
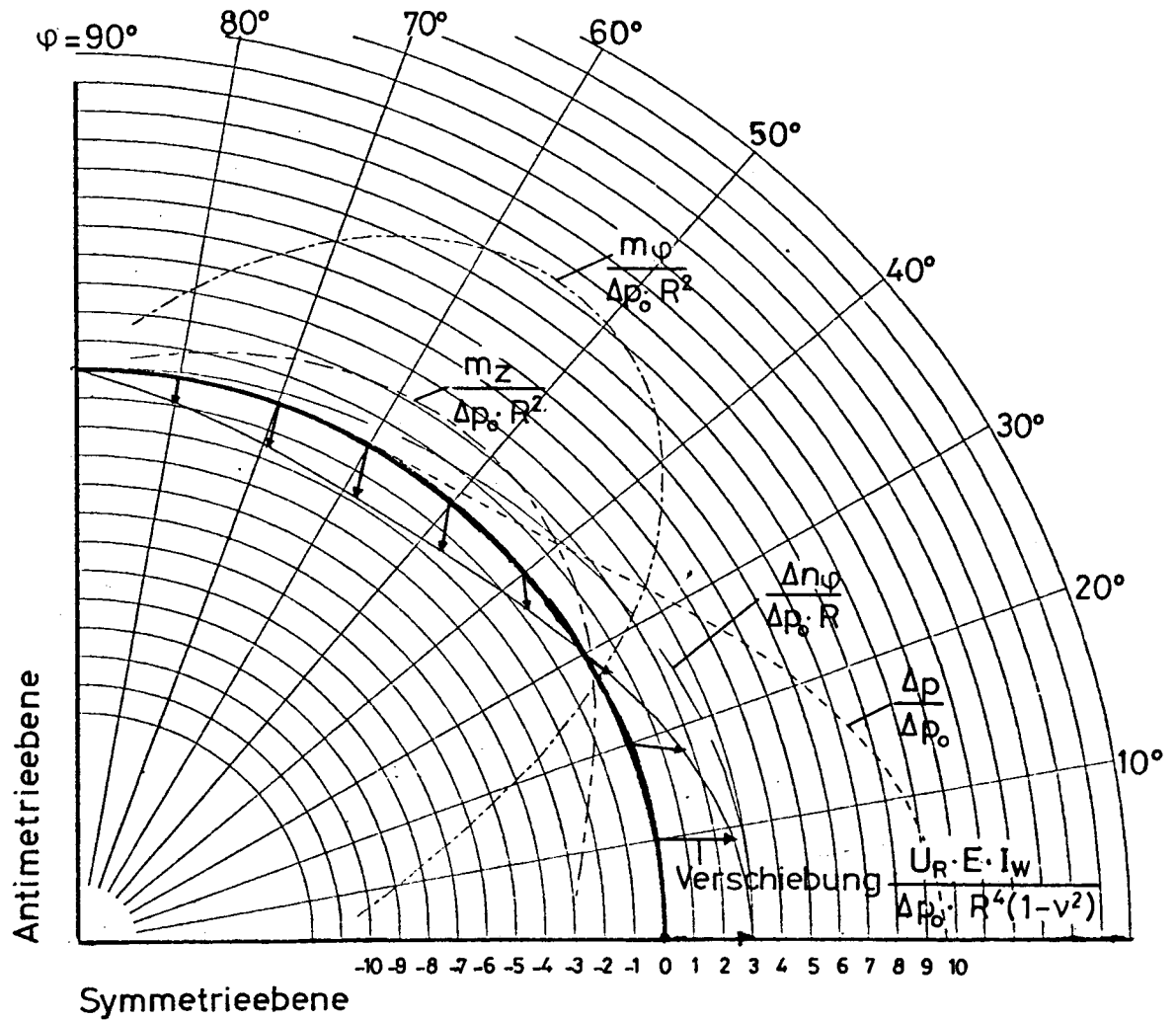


Bild 2.7 Biegemomente und Verformungen bei einer unten eingespannten Kreiszylinderschale unter antisymmetrischer Belastung nach Bild 2.3



Maßstäbe : 1 Einheit $\hat{=}$ $2 \cdot 10^{-3} \frac{m_\phi}{\Delta p_0 \cdot R^2}$ bzw. $0,1 \cdot \frac{\Delta n_\phi}{\Delta p_0 \cdot R}$ bzw. $0,1 \cdot \frac{\Delta p}{\Delta p_0}$ bzw. $10^{-3} \frac{U_R \cdot E \cdot I_w}{\Delta p_0 \cdot R^4}$

Bild 2.8 Belastungs-, Schnittgrößen- und Verformungsverlauf in der Siloschale infolge antimetrischer Zusatzlast

Beispiel für $\Delta p = \Delta p_0 \cdot \cos^7 \phi \cdot \sin(z/R \cdot \pi/3)$

Dargestellt für die Höhenlage $z/R = 1,875$

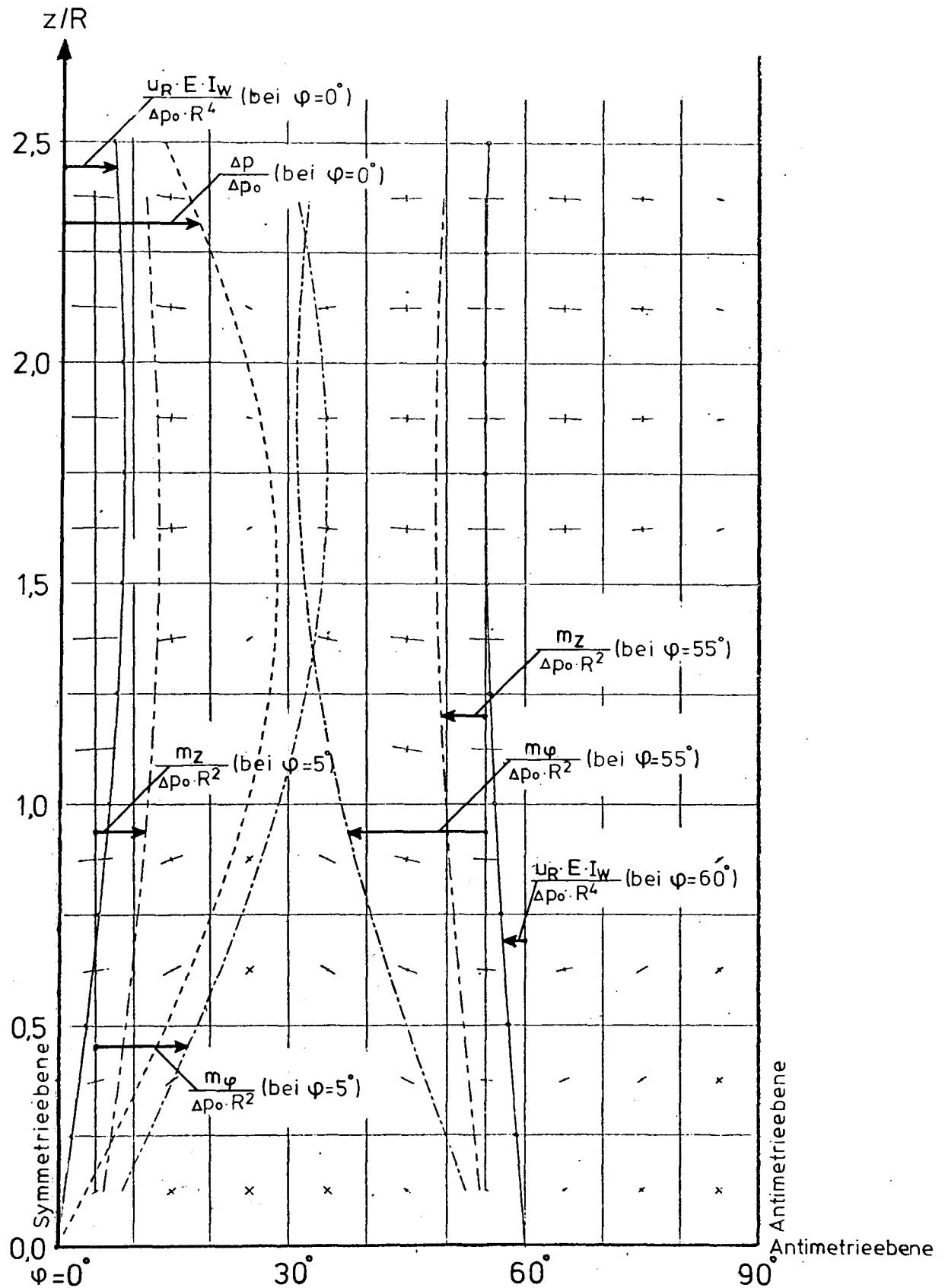
In Bild 2.8 ist der Schnittgrößen- und Verformungsverlauf für den in Bild 2.3 angegebenen Belastungsansatz mit $n = 7$ und $Z_B/R = 3$ einer solchen Achtelzelle in Höhe der größten Belastung ($Z_B/2$) für den oberen Belastungshalbwellenbereich einer langen Zylinderröhre ohne Beeinflussung der unteren Randstörung dargestellt. Man erkennt hieraus zwei Extremwerte der Biegemomente an den Stellen $\varphi = 0$ und $\varphi = 55$ Grad (Bild 2.8), was sich auch bei den Untersuchungen am Kreisring schon gezeigt hat.

In Bild 2.9 sind die Randbiegespannungen aus den Biegemomenten für den in Bild 2.3 angegebenen Belastungsansatz bei $n = 7$ und $Z_B/R = 3$ in der Schalenabwicklung dargestellt.

Die Biegemomente mit Biegespannungen in horizontaler Richtung sind wesentlich größer als jene mit Biegespannungen in vertikaler Richtung. Die Drillmomente in den Bereichen dieser Maximalwerte sind annähernd Null, so daß an den Stellen $\varphi = 0$ und $\varphi = 55$ Grad mit den größten Biegespannungen gerechnet werden muß, die hier annähernd horizontal verlaufen.

Die Extremwerte dieser Biegemomente und Verformungen sind in Bild 2.10 in Abhängigkeit des Verhältnisses Z_B/R (Z_B = Höhe einer Belastungshalbwelle, siehe Bild 2.3) dargestellt. Sie nehmen mit dem Verhältnis Z_B/R zu. Nach den experimentell ermittelten Angaben in Bild 2.1 ist $1,6 < Z_B/R < 5$. Die in Bild 2.10 nicht dargestellten Biegemomente m_z betragen ausnahmslos etwa $v \cdot m_\varphi$. Die Lage dieser Extremwerte ist in Bild 2.10 durch φ und das Verhältnis Z/R angegeben. Für $Z_B/R = \infty$ hat die Schalendicke keinen Einfluß auf die Biegemomente. Bei abnehmender Belastungshöhe zeigt sich eine Beeinflussung von dem Verhältnis t/R .

Bild 2.11 zeigt die Extremwerte der Biegemomente und Verformungen in Abhängigkeit von diesem Verhältnis t/R . Solange keine eindeutigen Angaben über die Belastungsverteilung entlang des Umfangs vorliegen, empfiehlt es sich daher, mit den Extremwerten für $n \approx 7$ bzw. $n \approx 0,4$ zu rechnen.



Maßstäbe für die dargestellten Kurven wie bei Bild 2.8

✕ Normalspannungen aus den Hauptbiegemomenten

Bild 2.9 Schalenabwicklung - Ansicht von außen mit Darstellung von Belastungs-, Biegemomenten- und Verformungsverlauf sowie Angabe der Hauptbiegerandspannungen für das Belastungsbeispiel $\Delta p = \Delta p_0 \cdot \cos^7 \varphi \cdot \sin(z/R \cdot \pi/3)$

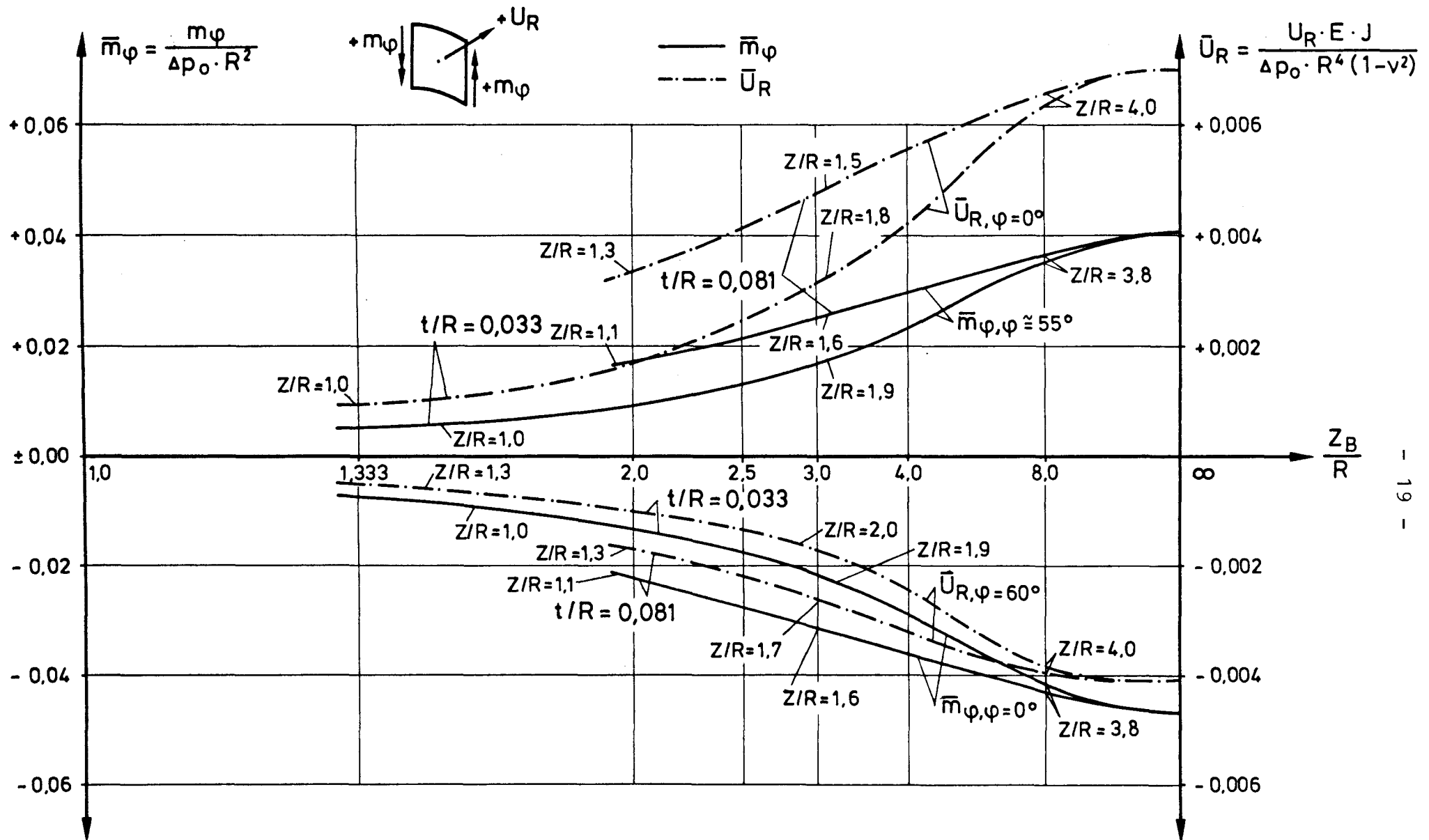


Bild 2.10 Extremwerte der Biegemomente und Verformungen in der Zylinderschale bei höhenmäßig begrenzter antisymmetrischer Belastung nach Bild 2.3 bei $n=7$

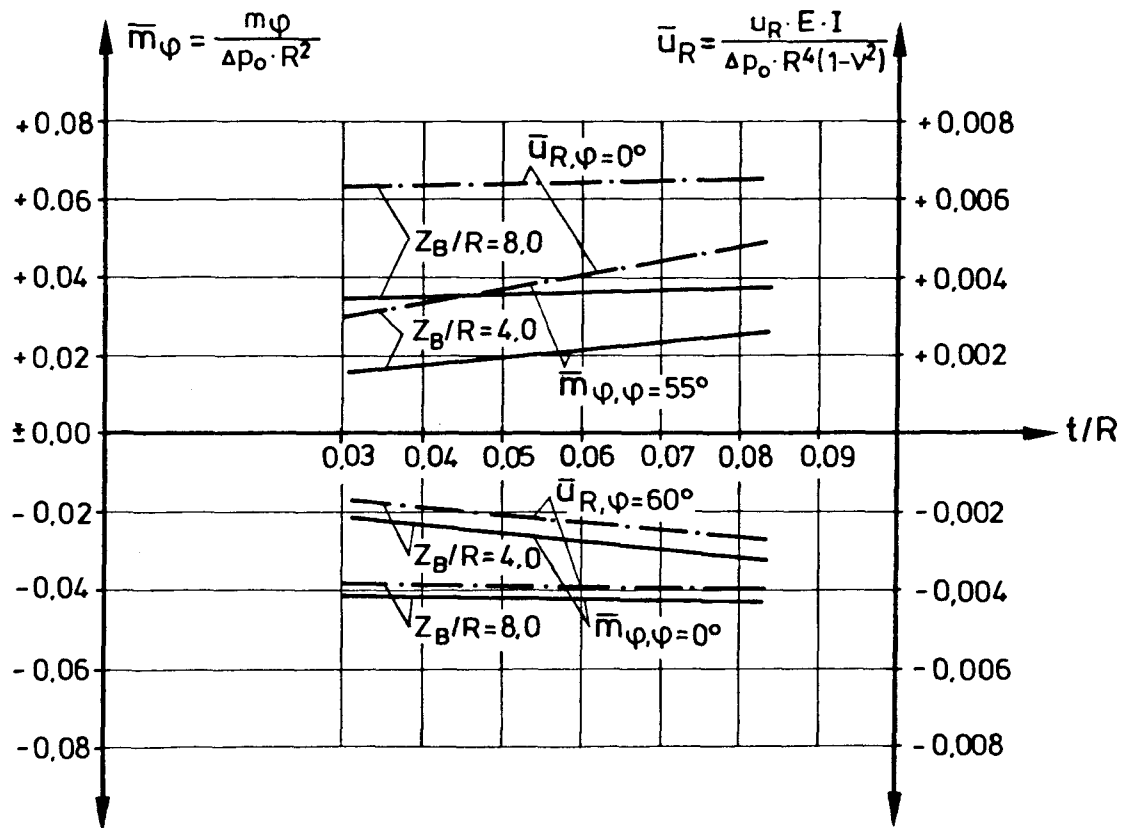


Bild 2.11 Abhängigkeit der Biegemomente vom Verhältnis t/R bei $n=7$ und höhenmäßig begrenzter antisymmetrischer Belastung nach Bild 2.3

2.3 Abmindernde Einflüsse auf die Biegebeanspruchung bei antisymmetrischen Belastungen

2.3.1 Abstützende Wirkung des Silogutes bei antisymmetrischen Belastungen

Dieser Einfluß läßt sich immer bei elastischem Silogutverhalten vermuten, jedoch experimentell nur schwer nachweisen. Er könnte beispielsweise dazu führen, daß die an einer sehr steifen Silozelle gemessene Druckverteilung nicht ohne weiteres auf weichere Silozellen übertragbar ist, weil sich hier das elastische Silogut und die Zelle gegenseitig beeinflussen. Für antisymmetrische Belastungen läßt sich dieser evtl. vorhandene Abminderungseffekt anschaulich an einer in Bild 2.12 dargestellten, zur besseren Anschauung quadratisch angenommenen Silozelle erläutern.

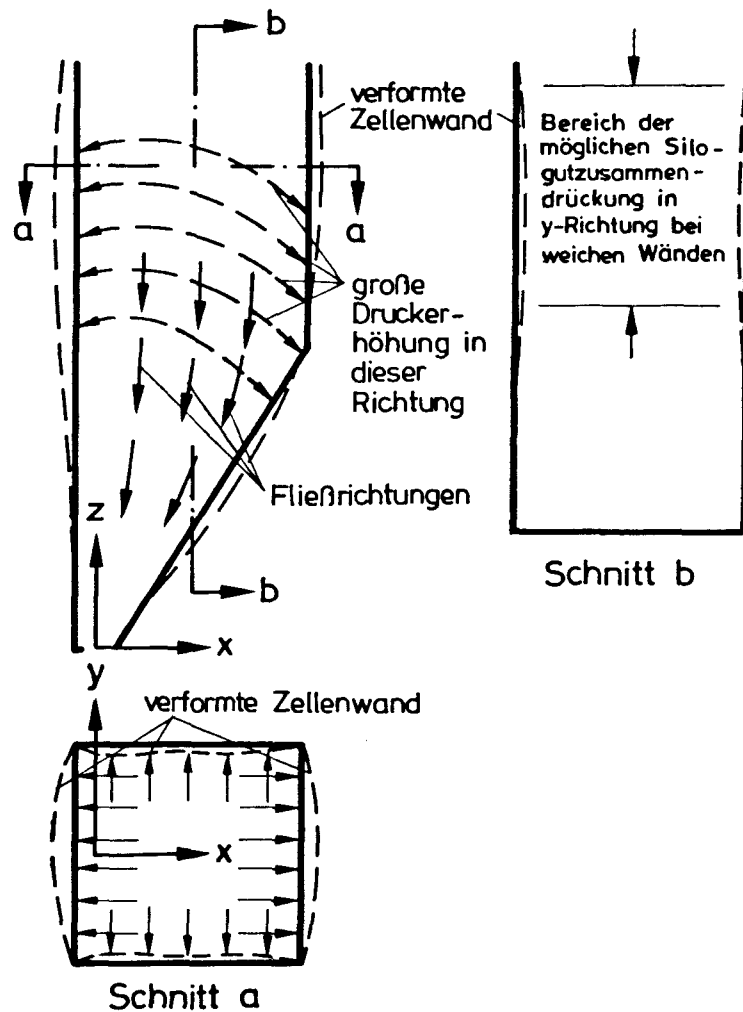


Bild 2.12 Erläuterungen zu einer möglichen abstützenden Wirkung des Silogutes bei weichen Zellenwänden

Das Silogut wird beim Entleeren durch die Trichterschräge in der X-Z-Ebene zusammengedrückt und sich hierbei plastisch stark verformen. In der Y-Richtung ist die Zusammendrückung etwa Null oder zumindest wesentlich kleiner, was dazu führt, daß sich das Silomaterial in dieser Richtung überwiegend elastisch verhält. Dies ist experimentell in etwa bestätigt [12] und ergibt sich auch theoretisch aus der Mohr-Coulombschen Bruchbedingung [11]. Eine durch die plastische Zusammendrückung in der X-Y-Ebene verursachte

Druckerhöhung in X-Richtung wird weiche Silozellenwände (Bild 2.12) jedoch sehr stark verformen. In der Y-Richtung bewegen sich die Wände dabei nach innen und können sich somit auf das sich in dieser Richtung überwiegend elastisch verhaltende Silogut abstützen. Auch das weiter nachrutschende Silogut muß dann an dieser Stelle eine Art Beule durchlaufen, was nach [11], wie auch leicht vorstellbar, zu Druckerhöhungen in dieser Richtung gegenüber einer nicht oder nur wenig verformbaren Zelle führt. Zu der Druckerhöhung in X-Richtung kommt nun bei weichen Silozellen eine weitere, etwas schwächere, in Y-Richtung hinzu.

Ob dieser Effekt auch bei Kreissilozellen mit ähnlichen Entleerungsformen auftritt, ist nicht sicher; auf jeden Fall würde er hierbei zu einer Abminderung der Verformungen und Biegemomente führen, da die Druckverteilung entlang des Umfangs gleichmäßiger und damit der nichtrotationssymmetrische Anteil kleiner wird.

Experimentelle Untersuchungen, die gezielt diesen Abstützungseffekt ansteuern, sind nicht bekannt. Es gibt hingegen Forschungsergebnisse bei symmetrischen Störgliedern [9], aus denen man evtl. diese Abminderungswirkung durch das stützende Silogut entnehmen könnte. Sie liefern jedoch in dieser Hinsicht sich zum Teil widersprechende Ergebnisse (siehe Abschnitt 3.3), die mit den bei diesen Untersuchungen verwendeten unterschiedlichen Zellenformen erklärt werden können. Man kann hieraus nur den Schluß ziehen, daß zur experimentellen Bestätigung dieses Effektes zwei geometrisch einwandfrei gleiche Zellen mit gleicher Wandrauigkeit, jedoch sehr unterschiedlicher Wandbiegesteifigkeit benötigt werden. Dies ist nur bei einer umfangreichen Modellmessung möglich.

Hier soll deshalb nur die Auswirkung einer abstützenden Wirkung des Silogutes auf die Silowand untersucht werden.

Dabei wird davon ausgegangen, daß die nichtrotationssymmetrischen Lasten an einer sehr steifen Silozelle gemessen wurden und als eingeprägte Drücke im Silogut oder als Eigenspannungszustand infolge vorhergegangener Plastifizierung des Silogutes anzusehen sind. Es wird dann die Veränderung dieser Drücke bei verformbarer Silozelle und elastischem Silogut untersucht (siehe Anhang, Abschnitt 5.3.3).

In Abhängigkeit des Parameters $E_{\text{Silogut}} \cdot R^3 / (E \cdot J_w)$ lassen sich nun die Druckverteilungen im Silogut und die Schnittgrößen in der Wand ermitteln. Die Druckverteilung wurde hierbei von der Höhe Z unabhängig und das Silogut als linear-elastisch angenommen, was sicherlich von den tatsächlichen Verhältnissen im unteren Zellenbereich etwas abweicht. Die Ergebnisse sind deshalb nur als eine Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse zu sehen. In Bild 2.13 sind einige ausgewählte Wandschnittgrößen in Abhängigkeit von $E_{\text{Silogut}} \cdot R^3 / (E \cdot J_w)$ aufgetragen. Für $E_{\text{Silogut}} \cdot R^3 / (E \cdot J_w) = 0$ sind die Schnittgrößen identisch mit den Angaben in Bild 2.6. Zur Ermittlung des Silogut-E-Moduls wurde die Steifenzahl für Weizen experimentell ermittelt und unter Abschätzung des Querkontraktionsbeiwertes der E-Modul berechnet. Nach [13, 14 und 15] wird die elastische Zusammendrückbarkeit von haufwerksartigen Schüttgütern wesentlich von der Dichte und nach [15] bei getreideartigen Gütern weiterhin stark von der Feuchtigkeit beeinflusst. Der hier ermittelte E-Modul von ca. 30 MN/m^2 sollte deshalb nur zur Abschätzung der möglichen Abminderung gedacht sein. Um diese mögliche Abminderung anschaulich zu machen, wurden in Bild 2.13 dem Wert $E_{\text{Silogut}} \cdot R^3 / (E \cdot J_w)$ einige mögliche Zellenformen zugeordnet. Man erkennt hieran, daß besonders bei großen Zellendurchmessern erhebliche Abminderungen der Wandschnittgrößen durch die stützende Wirkung des Silogutes möglich sind.

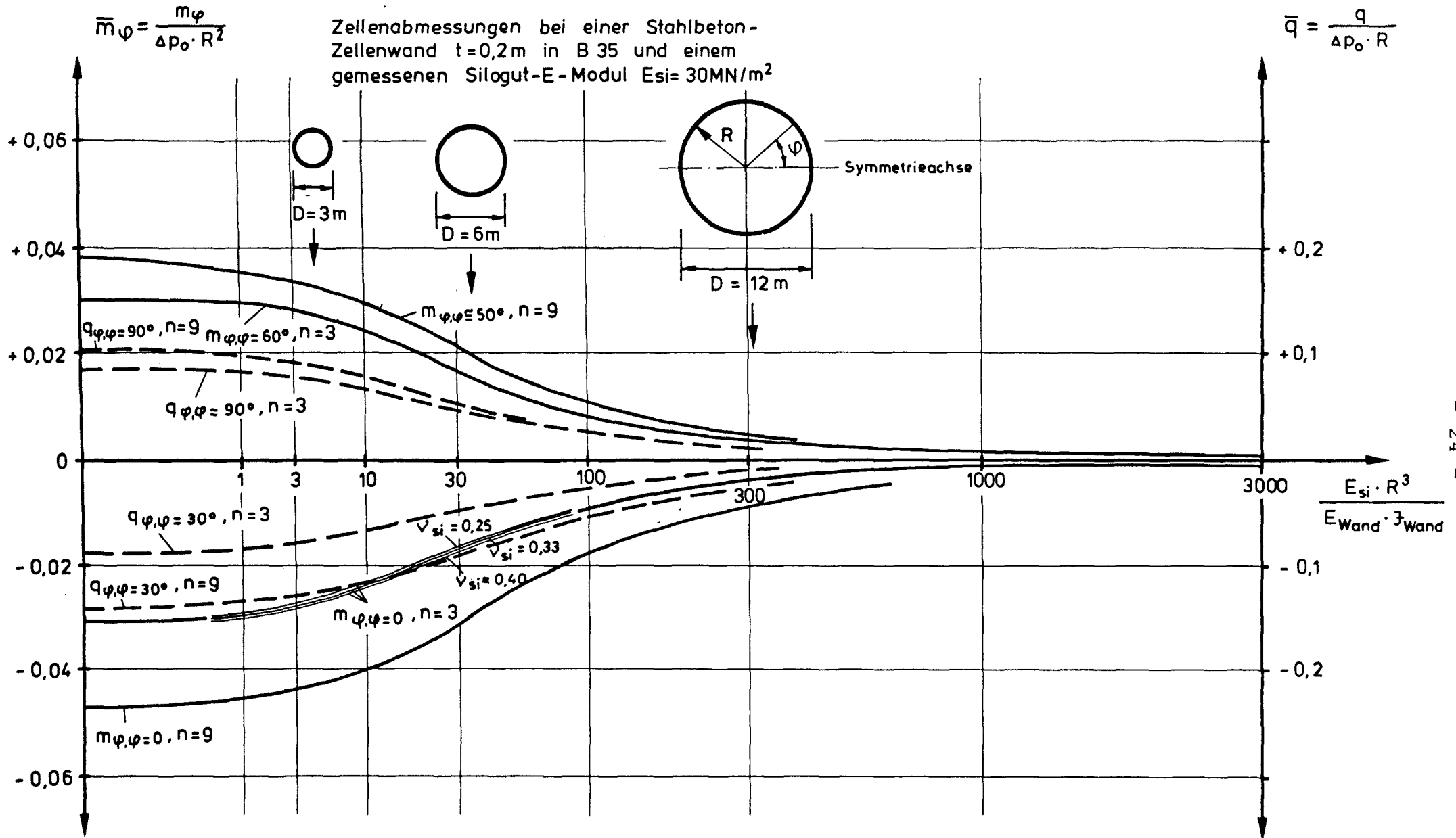


Bild 2.13 Bezogene Biegemomente und Querkräfte unter Berücksichtigung der stützenden Wirkung des Silogutes und antimetrische Belastung

2.3.2 Einfluß der zusätzlichen Membranlastabtragung durch die Zellenverformung bei antimetrischer Belastung

Die zu den Ergebnissen der Abschnitte 2.2 und 2.3.1 führenden Berechnungen wurden am unverformten System durchgeführt. In Wirklichkeit wird ein Teil der nichtrotationssymmetrischen Belastung durch die Krümmungsänderung der Schale über Membranwirkung aufgenommen. Nur der restliche Teil verursacht noch Biegebeanspruchungen, die entsprechend kleiner ausfallen. Die Ermittlungen der Schnittgrößen am verformten System wurden iterativ vorgenommen (siehe Anhang, Abschnitt 5.3.4) und auf von der Höhe Z unabhängige Belastungsansätze beschränkt. Bild 2.14 zeigt einige ausgewählte Schnittgrößen am verformten System in Abhängigkeit der Parameter $\Delta p_o/p_o$ und $p_o \cdot R^3/(E \cdot J_w)$. Die Bedeutung dieser Parameter geht aus Bild 2.14 hervor. Der Parameter $\Delta p_o/p_o$ ist nach [7] und [8] $< 0,4$. Der Parameter $p_o \cdot R^3/(E \cdot J_w)$ schwankt bei Stahlbetonsilozellen etwa von 0,05 bis 1,0. Hieraus geht hervor, daß der abmindernde Einfluß auf die Schnitt- und Verformungsgrößen bei Berücksichtigung der zusätzlichen Membranlastabtragung durch die Zellenverformung bei Stahl- und Spannbetonsilozellen unter antimetrischer Belastung von untergeordneter Bedeutung ist.

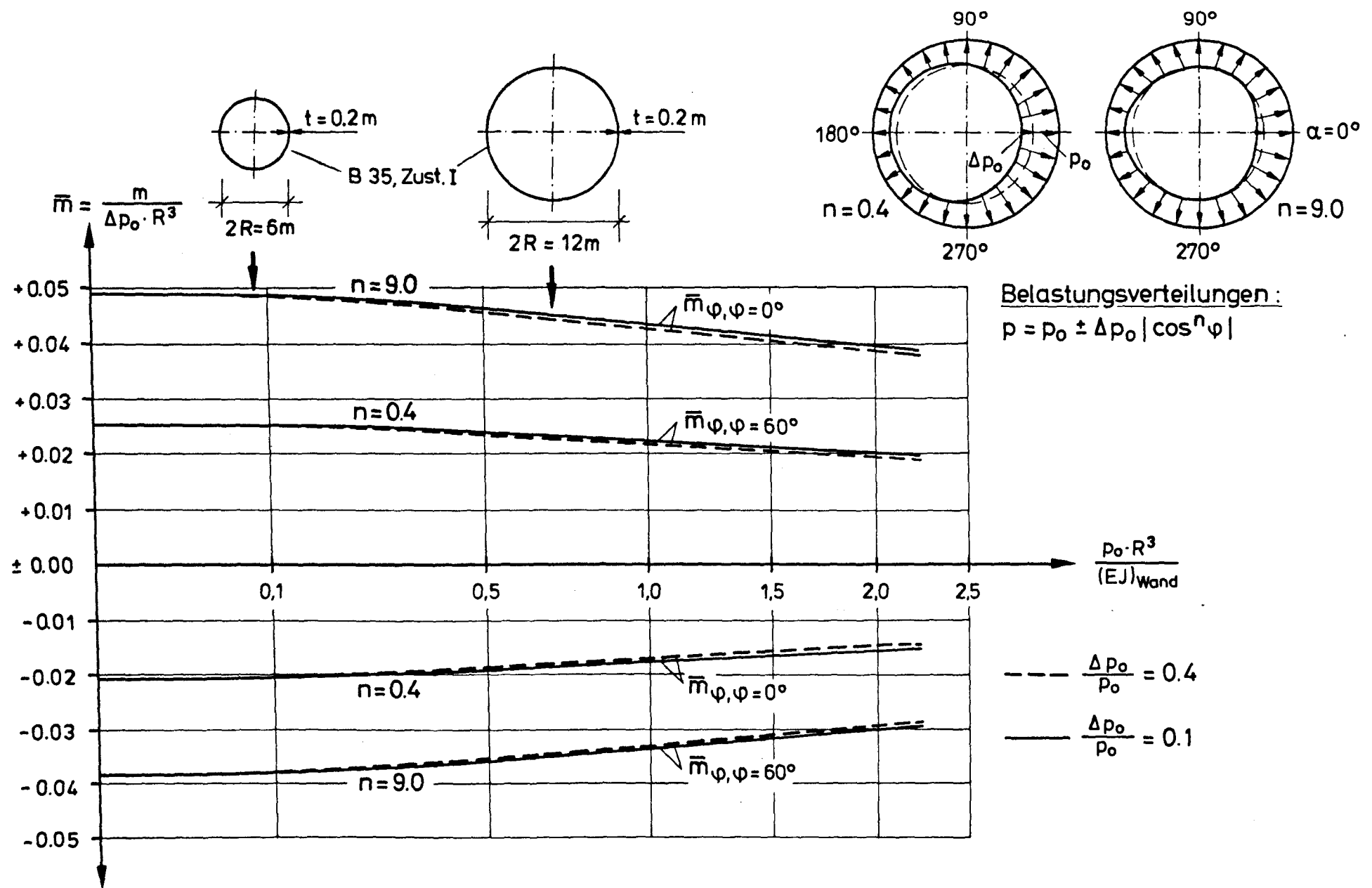


Bild 2.14 Bezogene Biegemomente unter Berücksichtigung der Membranlastabtragung bei Silozellen unter antisymmetrischer Belastung

3. Untersuchungen bei symmetrischen Belastungsansätzen nach Bild 1 B

3.1 Art der Belastung bei mittig angeordneten Entlastungsbalken

Bild 3.1 zeigt die experimentell [9] gewonnenen Ergebnisse bei mittig angeordneten Entlastungsbalken.

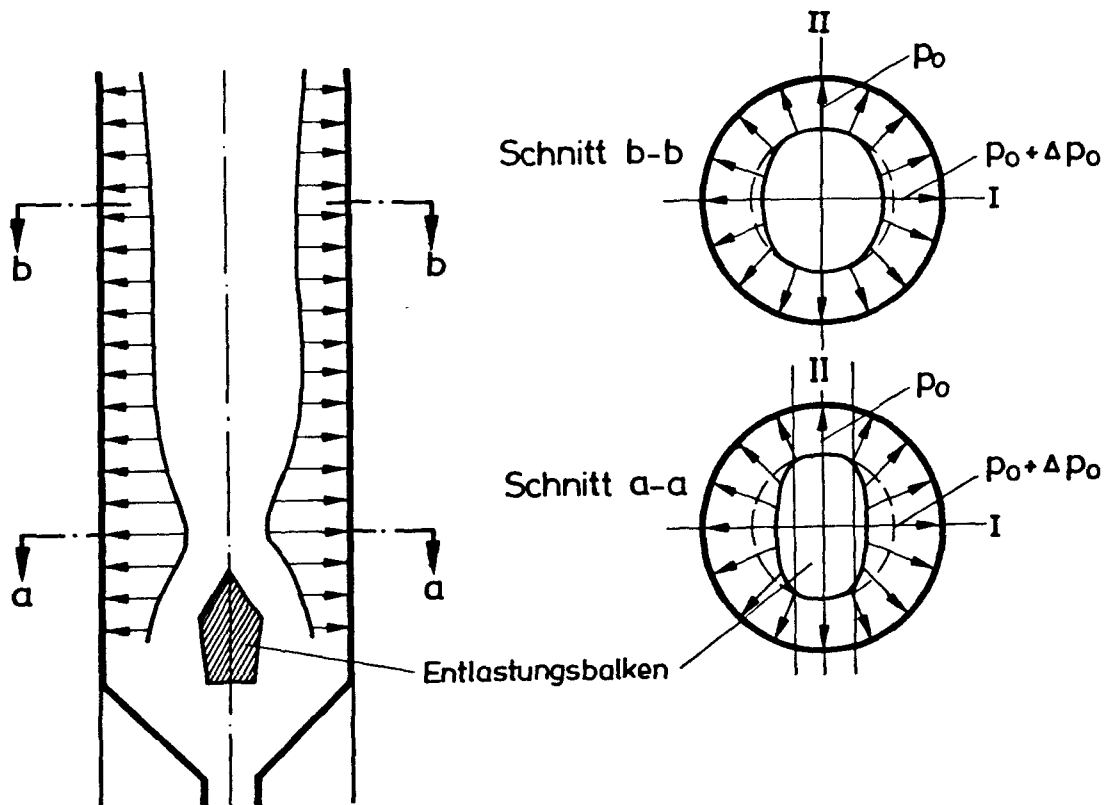


Bild 3.1 Qualitative Druckverteilung über einem Entlastungsbalken nach [9]

Die größte Wandbelastung tritt dabei etwas oberhalb des Entlastungsbalkens auf. Die Verteilung in Umfangsrichtung ist nicht bekannt; es liegen hierzu nur Meßwerte für die Punkte I und II vor. Etwa um Zellendurchmesser über dem Entlastungsbalken und darüber nähert sich die Druckverteilung der Rotationssymmetrie (Bild 3.1), erreicht diese jedoch nicht vollständig. Nach an Großsilozellen gewonnenen Ergebnissen [9] ist der Druck auch hier an der Stelle I kleiner als bei II. Nach Ergebnissen aus quadratischen Modellsilo-

zellen [9] können hier jedoch umgekehrte Verhältnisse auftreten. Bild 3.2 zeigt das Druckverhältnis p_I/p_{II} in Abhängigkeit der Höhe.

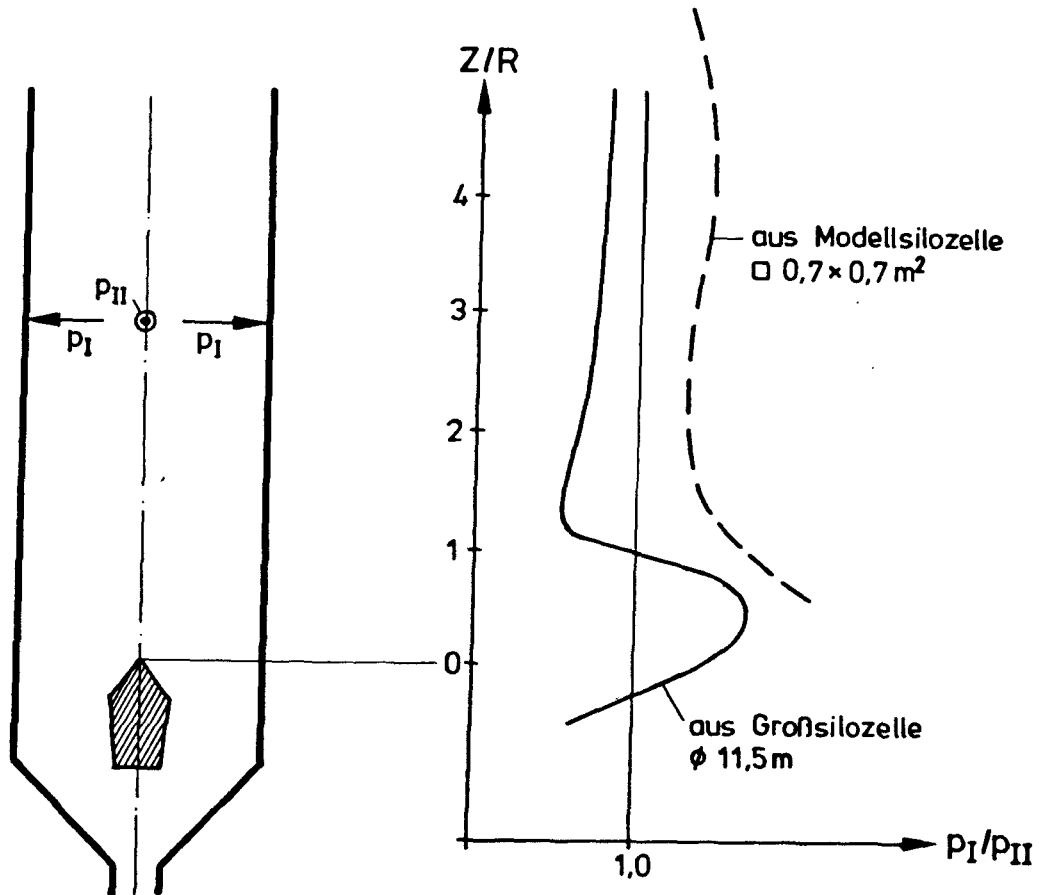


Bild 3.2 Qualitatives Druckverhältnis p_I/p_{II} in Abhängigkeit der Höhe nach [9]

Im Bereich unmittelbar über dem Entlastungsbalken variiert die nichtrotationssymmetrische Belastung stark mit der Höhe. In dieser Zone wirken sich unter Umständen noch Randstörungen aus dem unteren Zellenbereich, auf jeden Fall der Einfluß des Entlastungsbalkens aus. Die Belastung kann hier mit guter Annäherung zu zwei um 90 Grad versetzte Achsen symmetrisch angenommen werden. Die eine Achse fällt dabei

mit dem Entlastungsbalken zusammen. Nach [9] beträgt der rotationssymmetrische Druck p_0 im Schnitt A in Bild 3.1 ca. 80 % bis 130 % des DIN-Druckes [5]. Für Δp_0 wäre zusätzlich max. ca. 35 % von p_0 anzusetzen. Ab etwa 0,7 mal Zellendurchmesser über dem Entlastungsbalken scheint sich die nichtrotationssymmetrische Belastung mit der Höhe nur wenig zu ändern. Der größte Druck entspricht nach [9] hier etwa dem DIN-Druck [5], der kleinste Druck beträgt nur etwa 50 % hiervon, so daß hier im ungünstigsten Fall für p_0 und Δp_0 ca. 50 % des DIN-Druckes anzusetzen wären. Dieser Bereich ist außerdem meist frei von Randstörungen aus dem unteren Zellenabschluß.

Die Belastungen sind, sofern sie ausschließlich durch den Entlastungsbalken hervorgerufen werden, zu zwei um 90 Grad versetzte Achsen symmetrisch. Es ist jedoch nicht auszuschließen, daß die weit über dem Entlastungsbalken gemessenen Druckverteilungen nicht andere Ursachen haben wie z. B. ungewollte Querschnittsverengungen oder unterschiedliche Wandrauigkeiten auf zwei gegenüberliegenden Seiten. Um dies zu klären, wurden weitere Druck- und Verformungsmessungen durchgeführt. Eine bestehende Druck-Meßanlage in einer Großsilozelle wurde hierbei um zwei weitere Druckmeßplatten und ein Verformungsmeßgestänge ergänzt. Die Wirkungsweise dieser zusätzlichen Druckmeßplatten und des Verformungsmeßgestänges ist im Anhang, Abschnitt 5.2, die Ergebnisse hieraus im Anhang, Abschnitt 5.2, dargestellt und erläutert. Leider mußten diese Messungen ca. zwei Monate nach Meßbeginn infolge eines Schadens mit vorübergehender Stilllegung der Silozelle abgebrochen und konnten bisher nicht wieder aufgenommen werden. Die während dieser zwei Monate gesammelten und im Anhang, Abschnitt 5.2, dargestellten Meßergebnisse geben - ebenso wie die in Bild 3.2 angegebenen - keinen eindeutigen Aufschluß über die tatsächliche nichtrotationssymmetrische Belastungsverteilung. Die Meßergebnisse lassen nur erkennen, daß die Belastung sehr

unregelmäßig ist und bei einer analytischen Beschreibung z. T. aus symmetrischen und antimetrischen Anteilen zusammengesetzt werden mußte. Aufgrund des recht kurzen Beobachtungszeitraumes gegenüber den Messungen nach [9] und der Tatsache, daß die symmetrische Belastung bei gleicher Belastungsordinate Δp_0 größere Biegemomente erzeugt als die antimetrische, soll nachfolgend gemäß den Angaben aus [9] der Einfluß einer höhenmäßig konstanten, symmetrischen Belastung nach Bild 1 B untersucht werden, die die Verhältnisse etwa im Schnitt B - B von Bild 3.1 näherungsweise beschreibt.

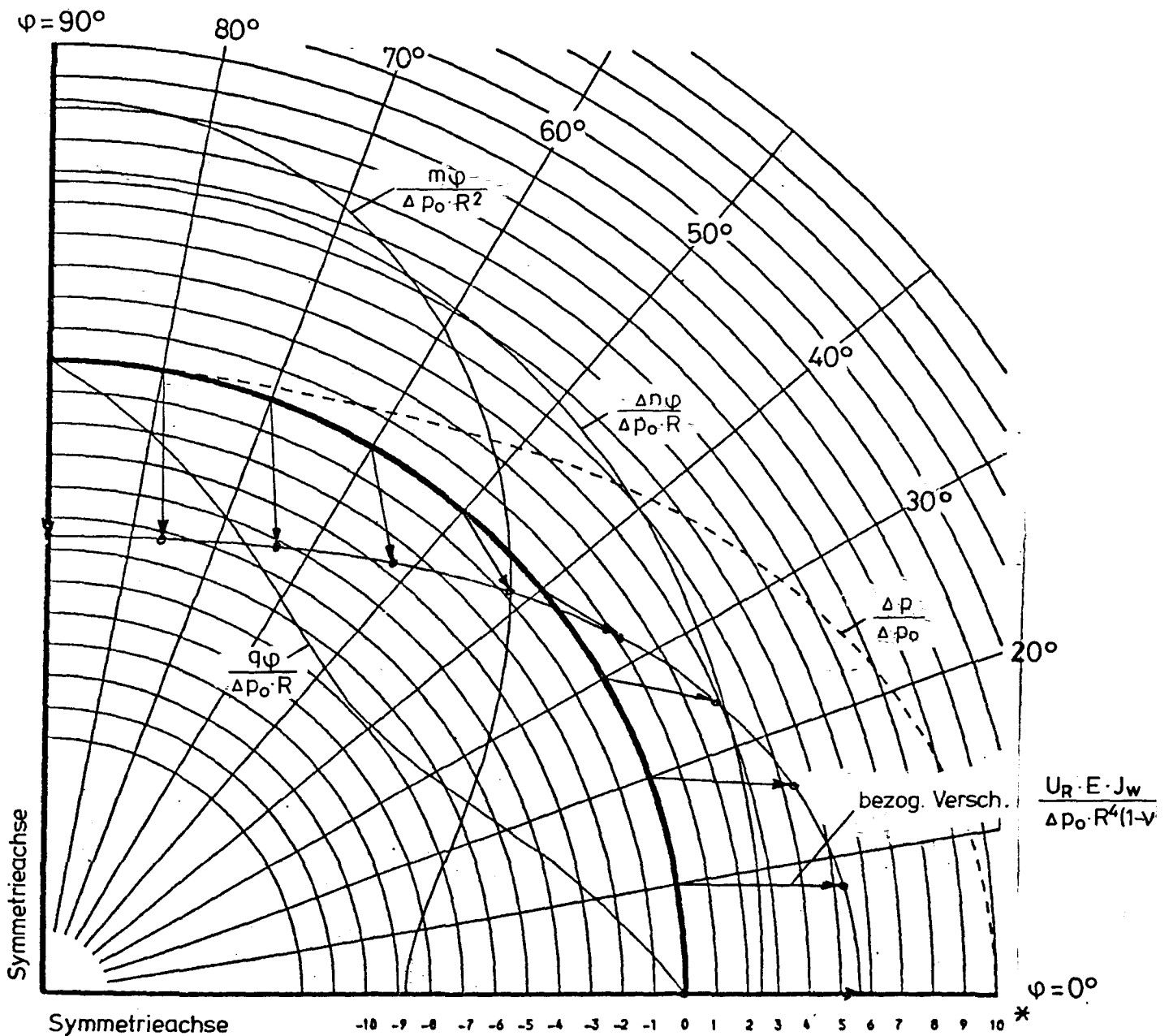
3.2 Auswirkung der symmetrischen Belastung auf die Verformungen und Schnittgrößen in Kreiszyinderschalen

Hierbei wird der gleiche Belastungsansatz $\Delta p = \Delta p_0 \cdot |\cos^n \varphi|$ wie bei der antimetrischen Belastung gewählt, die Belastung selbst jedoch entsprechend Bild 1 B bzw. Bild 3.1 zu zwei Achsen symmetrisch angesetzt. Der Exponent n beschreibt den Belastungsverlauf entlang des Umfangs in der gleichen Weise wie bei der antimetrischen Belastung und ist, wie die nachfolgenden Untersuchungen zeigen, von ähnlich großem Einfluß. Die Berechnungen wurden an einem Kreisring nach Bild 2.4 durchgeführt. Bei der zu zwei Achsen symmetrischen Belastung entsteht keine resultierende Kraft (vergl. Bild 2.4) und damit kein Schubfluß auf der Ober- und Unterseite des Kreisringes.

Bild 3.3 zeigt den Verformungs- und Schnittgrößenverlauf innerhalb eines Zellenviertels für eine durch $n = 3$ beschriebene Belastungsverteilung. Man erkennt hieran, daß die nach innen gerichtete Durchbiegung bei $\varphi = 90$ Grad nahezu ebenso groß ist wie die nach außen gerichtete bei $\varphi = 0$ Grad. Die Extremwerte der Biegemomente liegen ebenfalls bei $\varphi = 0$ und $\varphi = 90$ Grad und unterscheiden sich

- abgesehen vom Vorzeichen - ebenfalls nur wenig. Die max. Querkraftbeanspruchung tritt je nach Größe von n etwa zwischen 25 und 65 Grad - hier für $n = 3$ bei etwa 43 Grad - auf. Sie ist für die Beanspruchung der Silozellenwände von untergeordneter Bedeutung.

In Bild 3.4 sind die Extremwerte von Radialverformung, Biegemoment und Querkraft in Abhängigkeit des die Belastungsverteilung beschreibenden Exponenten n dargestellt. Auffallend sind die Extremwerte bei $n = 3$ - einer praktisch durchaus möglichen Belastungsverteilung -, die gegenüber jenen bei gleichgroßer antimetrischer Belastung etwa 3- bis 4mal größer sind (vergl. Bild 2.5).



* Maßstäbe:

$$1 \text{ Einheit} \triangleq 0,1 \cdot \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \text{ bzw. } 0,1 \cdot \frac{\Delta n_\varphi}{\Delta p_0 \cdot R} \text{ bzw. } 0,01 \cdot \frac{U_R \cdot E \cdot J_w}{\Delta p_0 \cdot R^4} \text{ bzw. } 0,05 \cdot \frac{q_\varphi}{\Delta p_0 \cdot R} \\ \text{bzw. } 0,02 \cdot \frac{m_\varphi}{\Delta p_0 \cdot R^2}$$

Bild 3.3 Belastungs-, Schnittgrößen und Verformungsverlauf für ein Silozellenviertel infolge einer zu zwei Achsen symmetrischen Zusatzlast.

Beispiel für $\Delta p = \Delta p_0 \cdot |\cos^3 \alpha|$

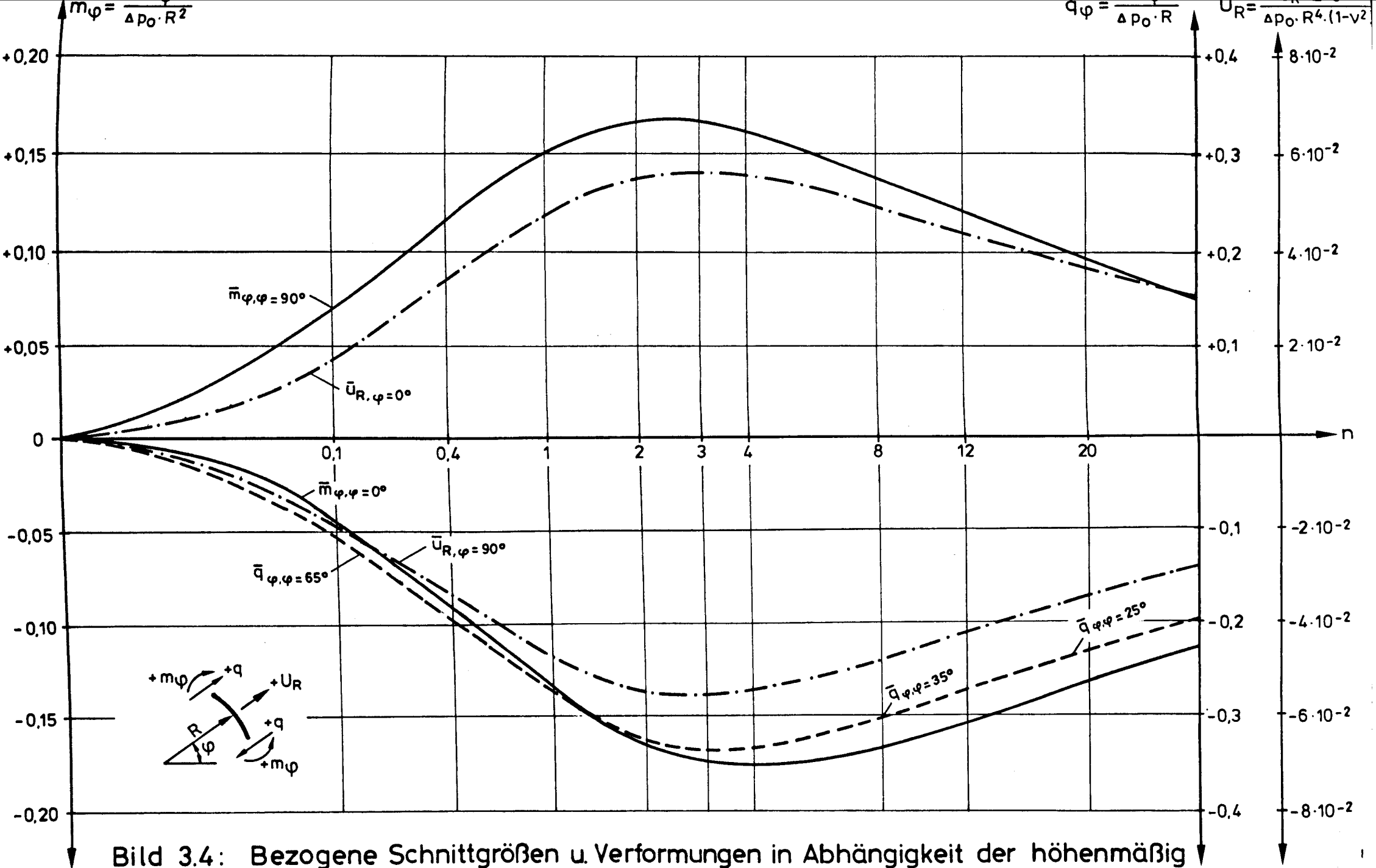
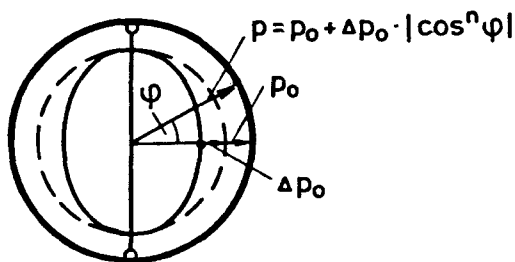
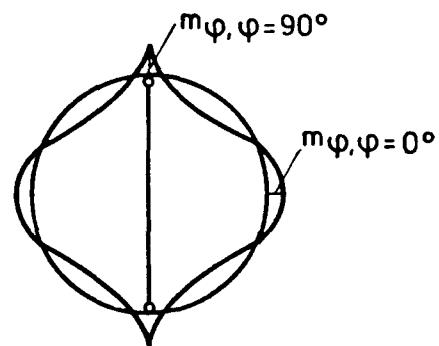


Bild 3.4: Bezogene Schnittgrößen u. Verformungen in Abhängigkeit der höhenmäßig konst. symmetrischen Belastungsverteilung $p = p_0 + \Delta p_0 \cdot |\cos^n \alpha|$

Mit den Angaben der Bilder 3.3 und 3.4 kann der Verformungs- und Schnittgrößenverlauf bei gegebener Größe und Verteilung der nichtrotationssymmetrischen, jedoch zu zwei Achsen symmetrischen Belastung ausreichend beschrieben und mit den experimentellen Untersuchungen [9] der obere Zellenbereich (siehe Bild 3.1, Schnitt B) bemessen werden. Im unteren Zellenbereich nimmt nach [9] die Größe des nichtrotationssymmetrischen Belastungsanteils zu; weiterhin verändert sich die Belastung hier wesentlich mit der Höhe. Nach den Untersuchungen für antimetrische Belastungsansätze (Abschnitt 2.2) vermindern sich die Verformungen und Schnittgrößen in der Zellenwand erheblich, wenn der nichtrotationssymmetrische Belastungsanteil höhenmäßig begrenzt ist. Auch bei den symmetrischen Belastungsansätzen kann angenommen werden, daß die in Bild 3.1 in Schnitt A-A vorhandene Belastungsspitze von darüber und darunter befindlichen Wandbereichen mit übernommen wird. Von viel wesentlicherem Einfluß scheint hier jedoch der Entlastungsbalken zu sein, der je nach konstruktiver Ausbildung bzw. Lagerung die Zellenwände aussteifen kann oder nicht.



a. System und Belastung



b. Biegemomentenverlauf
(siehe Bild 3.6 u. 5.23)

Bild 3.5 Kreisring mit Aussteifung unter nichtrotationssymmetrischer Belastung

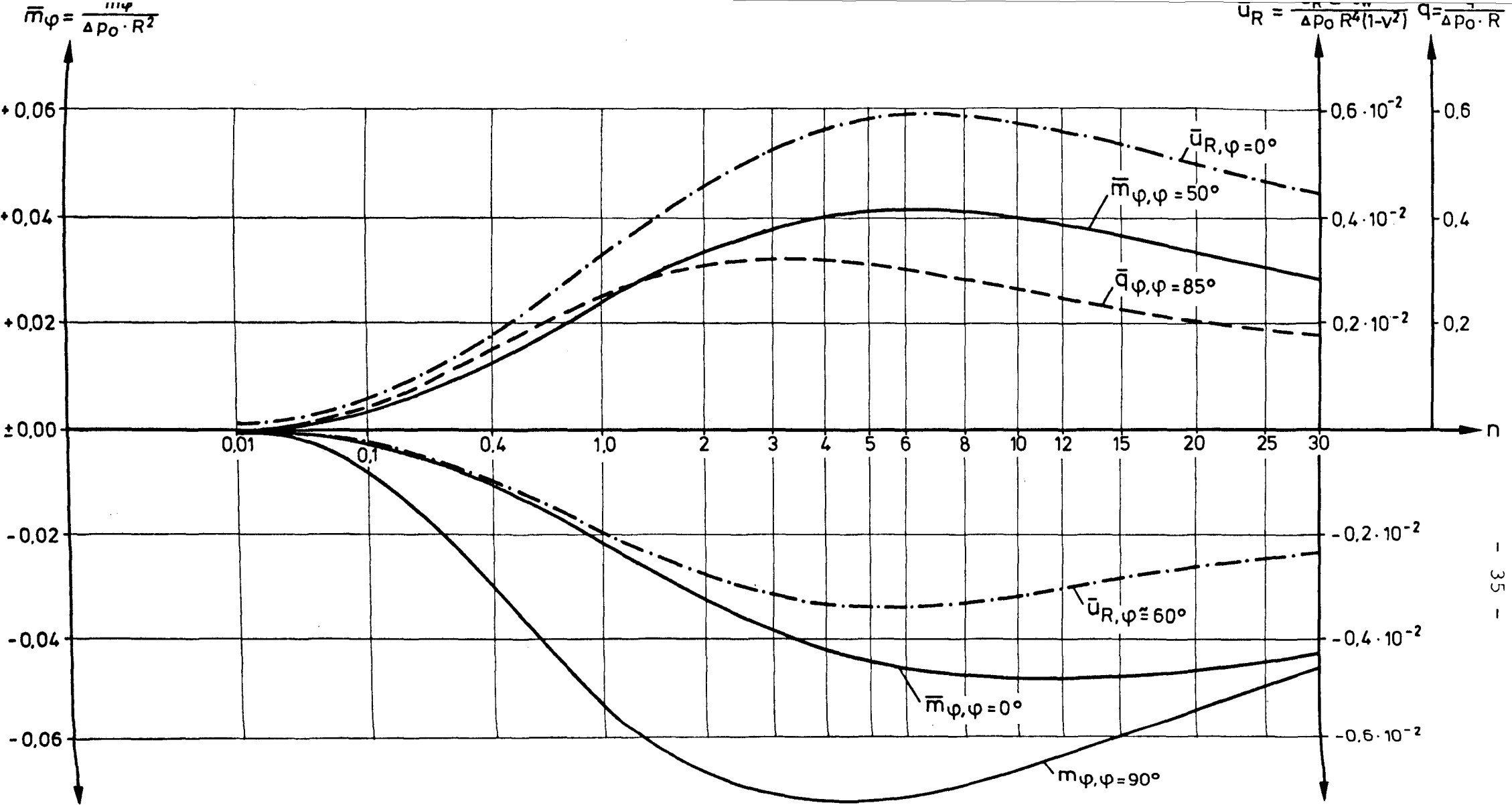


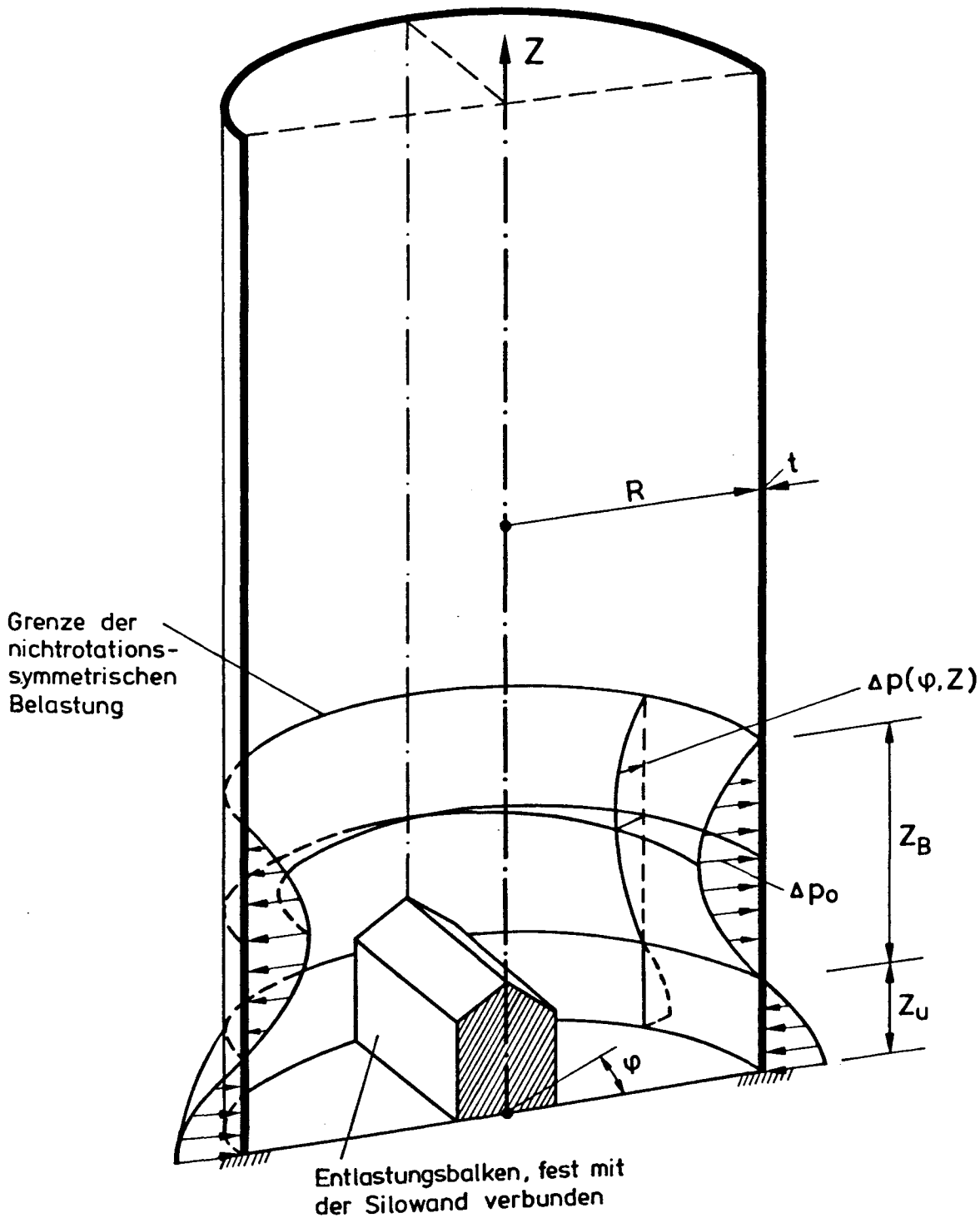
Bild 3.6 Bezogene Schnittgrößen und Verformungen am ausgesteiften Kreisring
 nach Bild 3.5 unter zu zwei Achsen symmetrischer Belastung

Um zunächst den generellen Einfluß einer solchen Aussteifung zu klären, wurden Berechnungen an einem Kreisring mit Aussteifung nach Bild 3.5 durchgeführt. Der Biegemomentenverlauf ist in Bild 3.5 angegeben und weicht von dem Verlauf ohne Abstützung weit ab. Im allgemeinen gibt es hierbei drei Extrembiegemomente. Bild 3.6 zeigt die Abhängigkeit einiger Extremwerte von dem den Belastungsverlauf beschreibenden Exponenten n . Größtwerte treten bei $n = 4$ bis 7 auf. Diese sind bei gleicher Größe des nichtrotationssymmetrischen Anteils im abgestützten Fall jedoch wesentlich - z. T. zweifach und mehr - kleiner als bei nichtabgestützter Lagerung unter gleicher Belastungsverteilung. Dies erscheint zunächst überraschend, ist doch bekannt, daß für rotationssymmetrische Belastungen Abstützungen dieser Art erst recht zu einer Biegebeanspruchung der Schale führen. Hieraus läßt sich für den hier untersuchten Fall eine Konstruktionsregel ableiten (siehe Anhang, Abschnitt 5.3.5). Ist für Belastungsverteilungen entsprechend $n = 4$ bis 7 das Verhältnis $(\Delta p_0/p_0) \cdot (R/t)^2 \gtrsim 1,5$, wirkt eine Aussteifung dieser Art biegevermindernd und sollte deshalb fest mit der Zellenwand verbunden werden. Ist hingegen das zuvor genannte Verhältnis $\lesssim 1,5$, empfiehlt sich eine in radialer Richtung verschiebliche Lagerung des eingesetzten, die Silozelle trennenden Bauteils.

Die hieraus gewonnenen Erkenntnisse können selbstverständlich nur auf Kreiszyinderschalen mit in der Mitte liegenden, über große Höhen durchlaufenden aussteifenden Wänden und nicht auf die in Bild 3.1 dargestellten Fälle übertragen werden. Dennoch ergeben sich hieraus Anhaltspunkte für die weiteren wesentlich umfangreicheren Berechnungen an der Zylinderschale.

Um den Einfluß eines in Bild 3.1 dargestellten, die Zellenwände aussteifenden Balkens unter Einwirkung der in Bild 3.1 angegebenen nichtrotationssymmetrischen Belastung zu

untersuchen, wurden Berechnungen an einer in Bild 3.7 dargestellten Zylinderschale durchgeführt. Unter der Annahme, daß die Randstörung aus dem unteren Schalenabschluß die Biegemomente ab etwa $Z = Z_u + Z_B/2$ nur unwesentlich beeinflusst, wurde die Zelle bei $Z = 0$ in vereinfachter Weise begrenzt und gelagert. Allgemeingültige, vom unteren Zellenabschluß unabhängige Angaben über Verformungen und Schnittgrößen können aus diesen Berechnungen somit nur für den Bereich $Z > R$ über dem unteren Zellenabschluß (siehe Anhang, Abschnitt 5.3.5, Bild 5.22) gegeben werden.



gewählter Belastungsansatz nach Abspaltung des rotationssymmetrischen Anteils:

$$Z > (Z_U + Z_B) : \Delta p(\varphi, Z) = 0$$

$$Z_U < Z < (Z_U + Z_B) : \Delta p(\varphi, Z) = \Delta p_0 \cdot \cos^n \varphi \cdot \sin\left(\frac{Z - Z_U}{Z_B} \cdot \pi\right)$$

$$Z < Z_U : \Delta p(\varphi, Z) = \Delta p_0 \cdot \cos^n \varphi \cdot \sin\left(\frac{Z_U - Z}{Z_B} \cdot \pi\right)$$

Bild 3.7 Schnitt durch die Silozelle mit Entlastungsbalken und Angabe der gewählten nichtrotationssymmetrischen Belastung

In Bild 3.8 ist der Biegemomenten- und Verformungsverlauf für das in Bild 3.7 dargestellte Zellenviertel bei fester Verbindung des Entlastungsbalkens mit der Zellenwand für einen ausgewählten Belastungsfall angegeben. Wie zu erkennen ist, sind die Biegemomente m_z (mit Biegespannungen in vertikaler Richtung) im allgemeinen von untergeordneter Bedeutung gegenüber den meist wesentlich größeren Biegemomenten m_φ (mit Biegespannungen in tangentialer Richtung). Die Biegemomente m_z werden im untersten Zellenbereich im wesentlichen von den Einspannverhältnissen des unteren Zellenrandes und der Lagerung des Entlastungsbalkens beeinflusst und betragen im oberen Teil, ab etwa $Z = 3 R$, näherungsweise $v \cdot m_\varphi$ (v = Querkontraktionsbeiwert). Die Lage der Extremwerte von m_φ und m_z fällt im oberen Zellenbereich meist zusammen. Die Extremwerte der Biegemomente und Verformungen sind in Bild 3.9 in Abhängigkeit von Z_B/R (Z_B = Belastungshöhe, siehe Bild 3.7) dargestellt. Nach den Untersuchungen [9] kann das Verhältnis Z_B/R etwa zu 1,5 bis 2,2 angenommen werden. Weiterhin enthält Bild 3.9 Angaben über die jeweilige Lage der dargestellten Extremwerte in Form von φ und Z/R .

Bild 3.10 zeigt die Abhängigkeit der Extremwerte der Verformung und Biegemomente sowie deren Lage von dem Verhältnis t/R (t = Schalendicke).

Damit liegen für die in Bild 3.1 dargestellte Zelle alle im wesentlichen notwendigen Angaben zur Ermittlung der Biegemomente und Verformungen für den von Randstörungen aus dem unteren Zellenabschluß freien Bereich vor. Diese Angaben gelten für unverformte Systeme ohne aussteifende Wirkung des Silogutes.

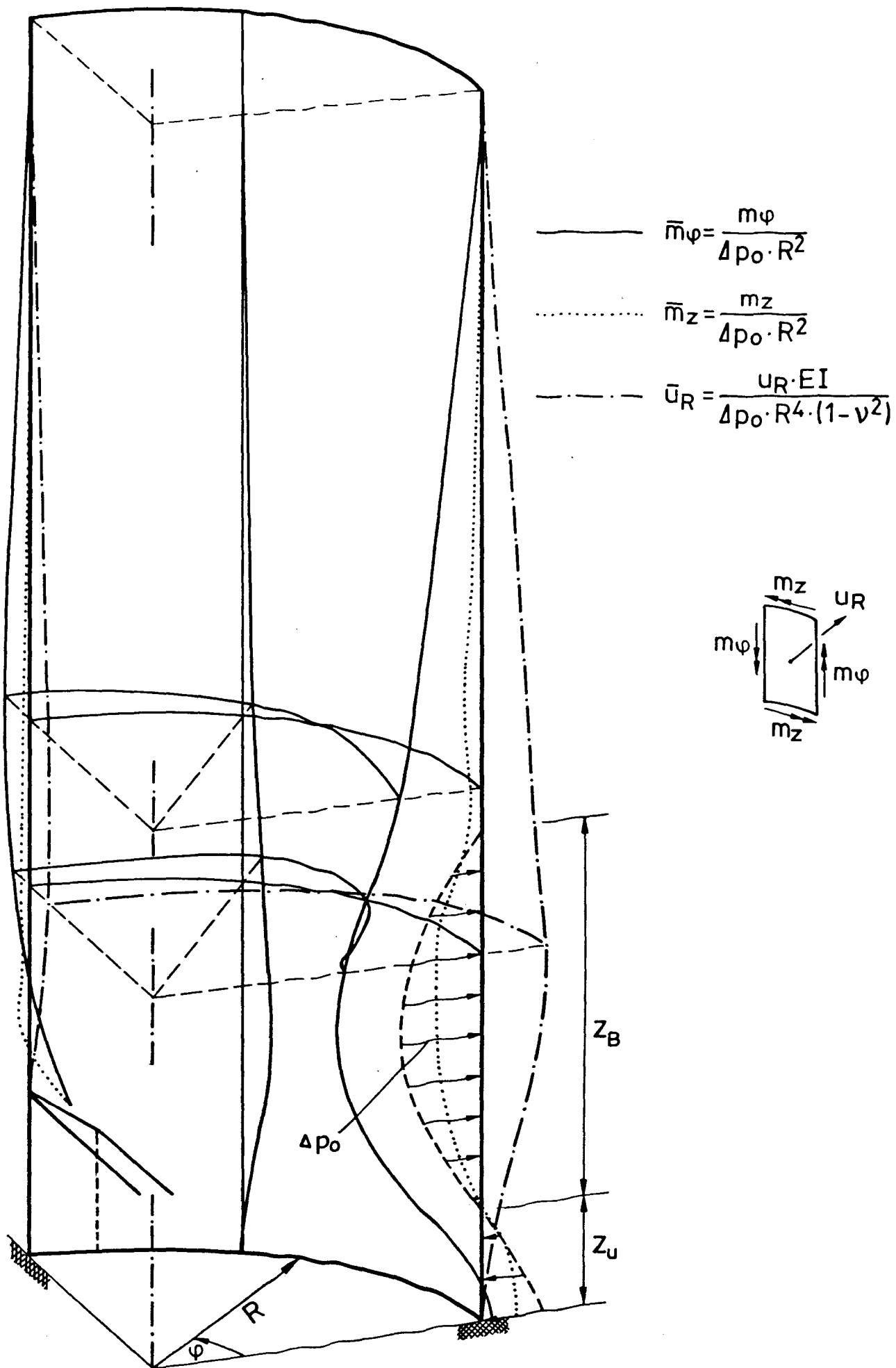


Bild 3.8 Biegmomente und Verformungsverlauf für die in Bild 3.7 dargestellte Schale bei $n=5$, $z_R/R=3.0$ und $t/R=0.081$

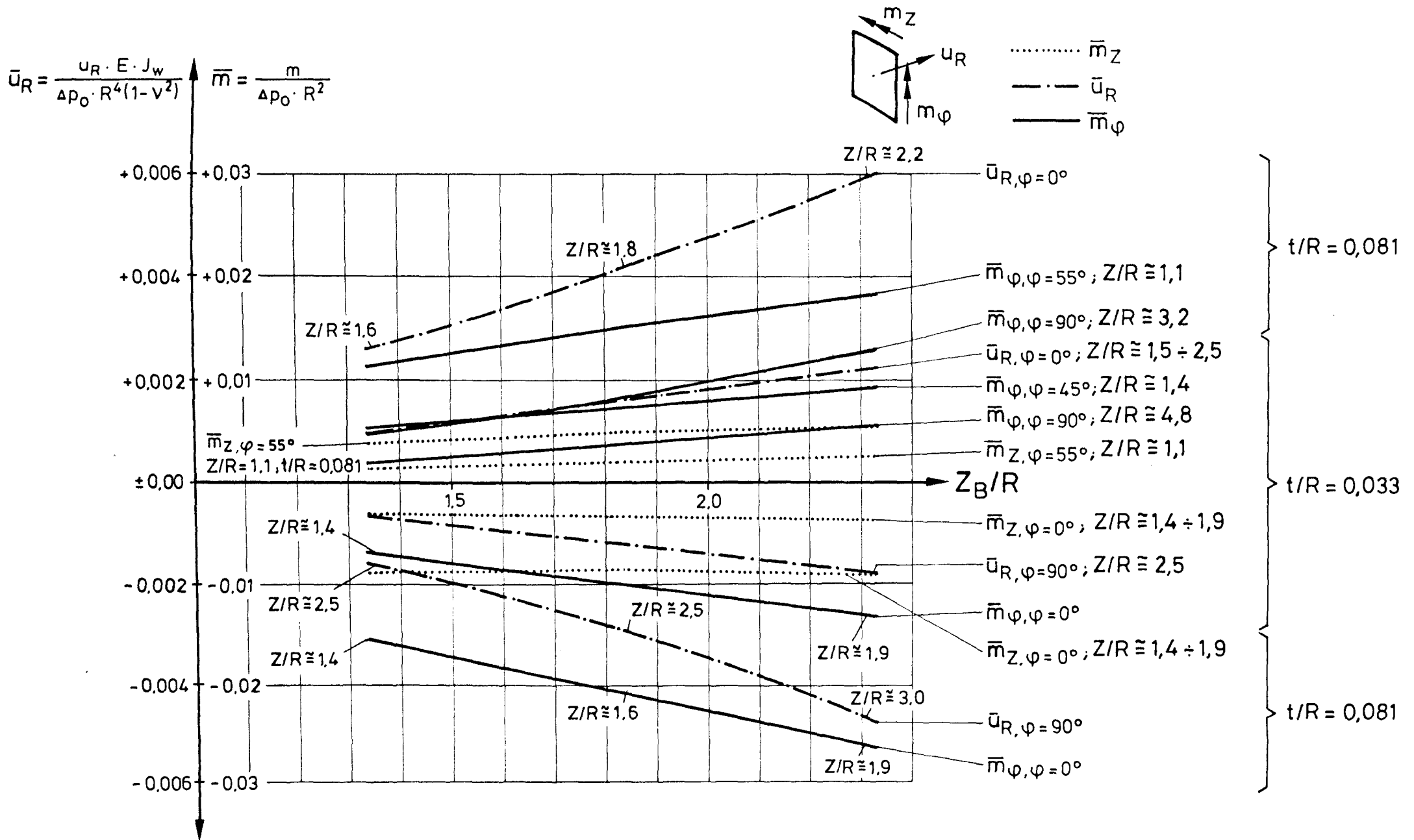


Bild 3.9 Bezogene Biegemomente und Verformungen für die im Bild 3.7 dargestellte Zylinderschale bei $n=5$ und $Z_u/R=0,67$

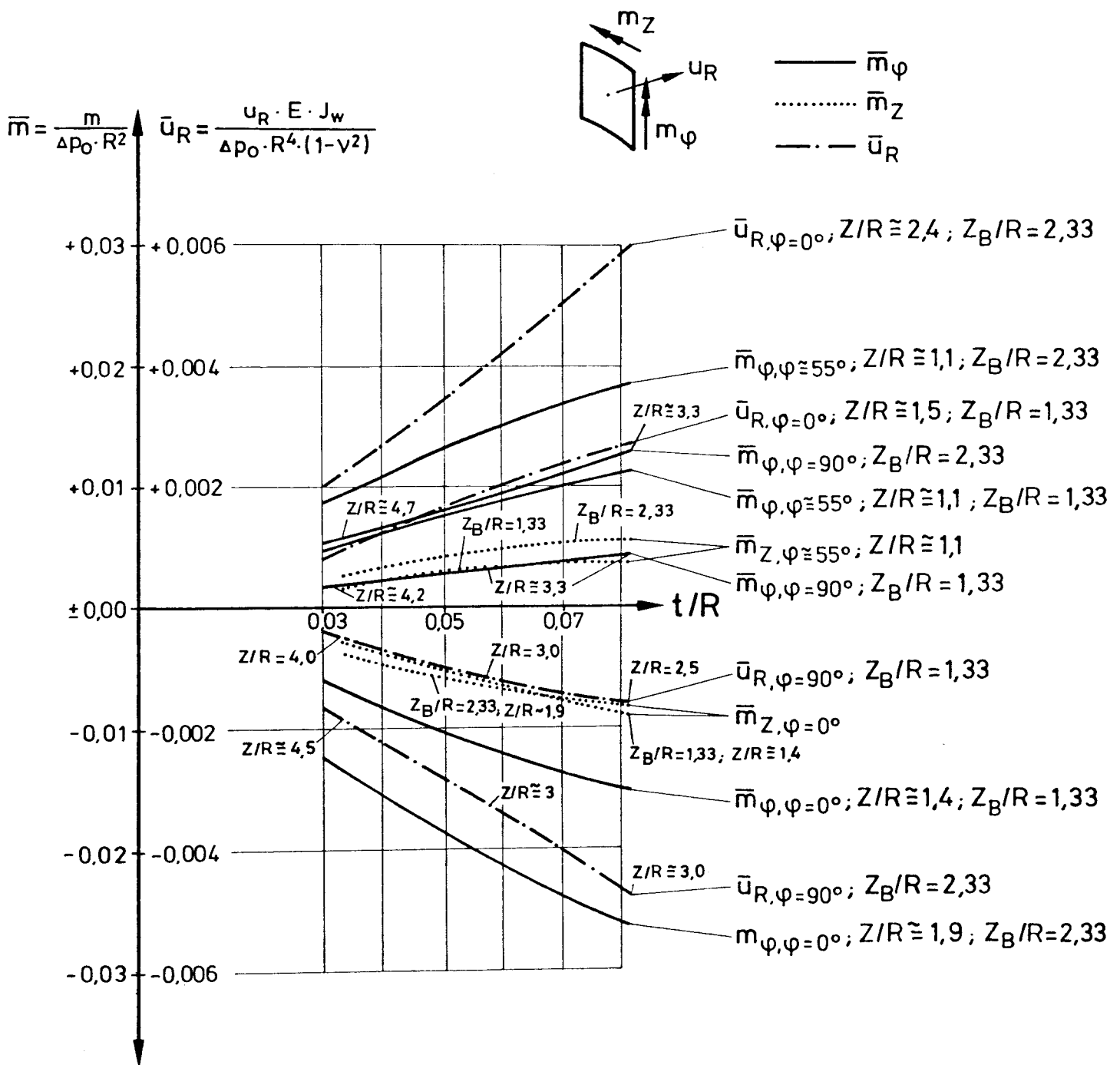


Bild 3.10 Bezogene Biegemomente und Verformungen für die im Bild 3.7 dargestellte Zylinderschale bei $n=5$ und $Z_u/R=0,67$

3.3 Abmindernde Einflüsse auf die Biegebeanspruchung bei symmetrischer Belastung

3.3.1 Abstützende Wirkung des Silogutes bei symmetrischer Belastung

Ähnlich wie bei antimetrischer Belastung ist auch bei symmetrischer Belastung eine abstützende Wirkung bei überwiegend elastischem Silogutverhalten vorstellbar.

Als Beispiel soll hierfür eine diametrale Schlotbildung betrachtet werden (Bild 3.11). Das sich in den Schloten befindliche fließende Silogut steht nach [16] unter einem wesentlich geringeren Druck als das außerhalb der Schlote befindliche ruhende Material. Hierdurch kommt eine nichtrotationssymmetrische Belastung zustande. Gegenüber dem Füll- und Ruhezustand vermindert sich bei Entleerungsbeginn der Druck in den Schloten, während er außerhalb der Schlote nach [16] seine Größe in etwa beibehält. Durch die Druckverminderung in den Schloten werden sich hier die Zellenwände nach innen verformen und können sich somit auf das seitliche, neben den Schloten befindliche, ruhende Silogut abstützen.

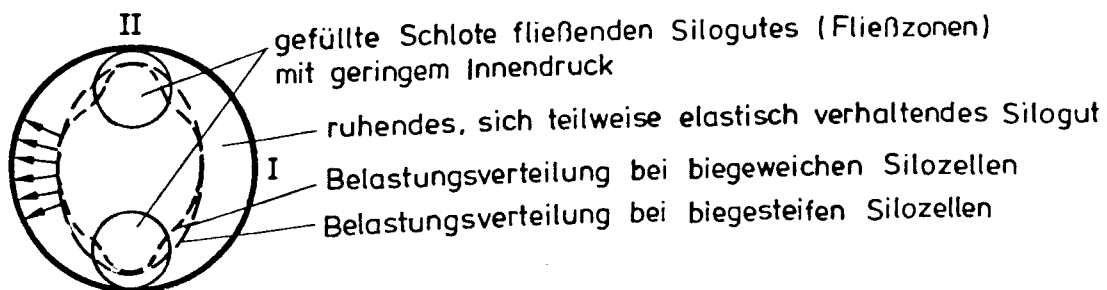
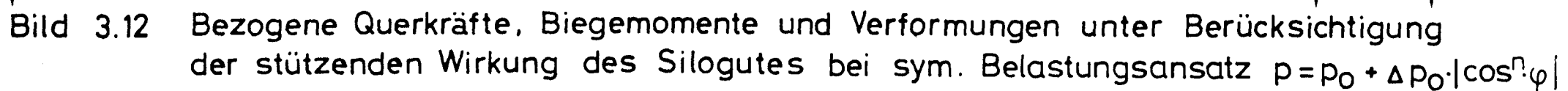


Bild 3.11 Abstützende Wirkung des Silogutes bei Schlotbildung

Insbesondere bei sehr biegeweichen Zellenwänden und steifen Silogutfüllungen ist eine abstützende Wirkung durch das Silogut vorstellbar, die durch eine Veränderung in der Druckverteilung zu einer Verminderung der Biegebeanspruchung führt. Ähnlich wie bei der antimetrischen Belastung soll auch hier der Einfluß des elastisch angenommenen Silogutes auf die Zellenverformung und Biegebeanspruchung untersucht werden. Bild 3.12 zeigt die Ergebnisse dieser Untersuchungen für höhenmäßig unveränderliche Belastung. Man erkennt, daß auch bei symmetrischen Lastansätzen - ebenso wie bei den antimetrischen - eine ähnlich große abmindernde Wirkung möglich ist.



Es soll hier jedoch nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß diese Verformungs- und Biegebeanspruchungsverminderung durch die abstützende Wirkung des Silogutes immer auf eine Umverteilung der Drücke entlang des Umfangs oder auf eine Verminderung des nichtrotationssymmetrischen Anteils zustande kommt. Es wäre somit bei der Biegebemessung einer Silozelle falsch und gefährlich, bei einer an der gleichen Zelle gemessenen Druckverteilung entlang des Umfangs - hier durch den Exponenten n und Δp_0 festgelegt - zusätzlich eine abmindernde Wirkung durch das stützende Silogut anzusetzen.

Die in den Bildern 2.13 und 3.12 dargestellten Untersuchungsergebnisse sollen nur den Einfluß von Wandbiege- und Silogutsteifigkeit veranschaulichen und gegebenenfalls weitere Anstöße für experimentelle Untersuchungen dieser Art liefern.

Solche Untersuchungen, die jedoch nicht gezielt diesen Stützeffekt erkunden, liegen vor [9]. Es wurden hierbei Druckmessungen an einer relativ biegeweichen kreisförmigen Großsilozelle und an einer maßstäblich verkleinerten, jedoch quadratischen Modellsilozelle mit relativ steifen Wänden durchgeführt. In Bild 3.2 sind diese Ergebnisse bereits qualitativ wiedergegeben.

Wäre die abstützende Wirkung alleine für das zwischen Modell und Großsilozelle unterschiedliche Druckverhältnis p_I/p_{II} (Bild 3.2) verantwortlich, könnte erwartet werden, daß dieses entweder in beiden Fällen größer oder kleiner als 1,0 ist und sich bei der weicheren Großsilozelle im oberen Zellenbereich mehr dem Wert 1,0 nähert als im Modell. Da dieses Verhältnis nach den Untersuchungen [9] im gesamten oberen Bereich im Modell $> 1,0$ und in der Großsilozelle $< 1,0$ ist, kann vermutet werden, daß hier auch andere Einflüsse - wie Zellenquerschnittsform, Wandrauhig-

keit usw. - dieses Druckverhältnis p_I/p_{II} wesentlich beeinflussen, wodurch diese Untersuchungen [9] für die Angabe zur stützenden Wirkung des Silogutes nicht verwendet werden können. Für solche Experimente müßten vermutlich zwei geometrisch einwandfrei gleiche Zellen mit gleicher Wandrauhigkeit, jedoch sehr unterschiedlicher Zellenwandbiegesteifigkeit verwendet werden.

3.3.2 Einfluß der zusätzlichen Membranlastabtragung durch die Zellenverformung bei symmetrischer Belastung

Die Untersuchungen wurden - ebenso wie die bei den antimetrischen Belastungsansätzen - auf höhenmäßig unabhängige Belastungsverteilungen beschränkt und der Einfachheit halber am Kreisring vorgenommen. Bild 3.13 zeigt, daß der abmindernde Einfluß hierbei größer als bei antimetrischer Belastung (Bild 2.14) ist, aber dennoch in vielen Fällen vernachlässigt werden kann.

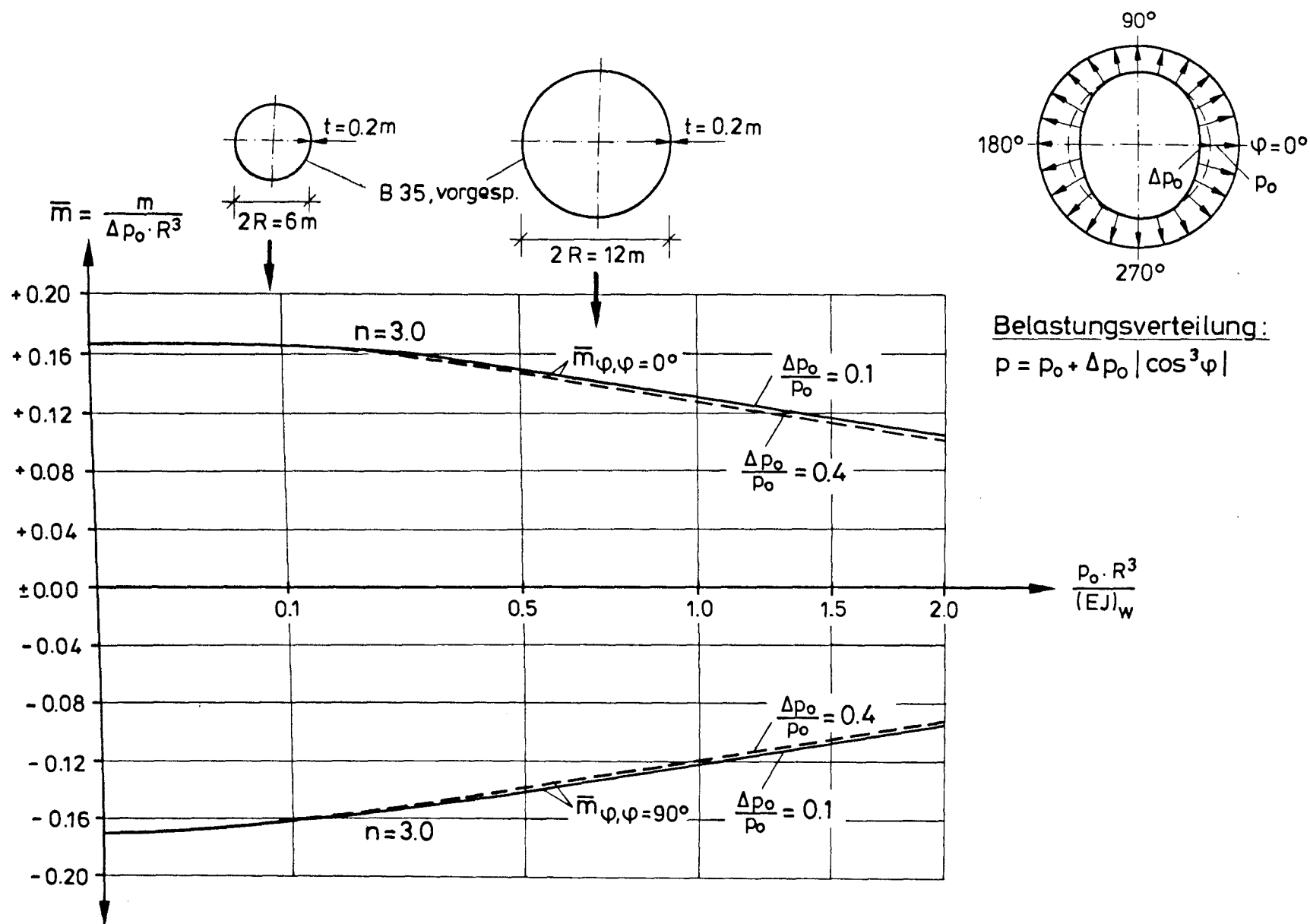


Bild 3.13 Bezogene Biegemomente unter Berücksichtigung der Membranlastabtragung bei Silozellen unter symmetrischer Belastung

4. Zusammenfassung und Schlußfolgerung

Wie experimentell nachgewiesen [7, 8, 9] und [16] und z. T. theoretisch begründet [16], ergeben sich bei bestimmten Zellenausbildungen ungleichmäßige Belastungsverteilungen, die insbesondere bei Kreissilozellen durch die Abweichung der Belastung von der Rotationssymmetrie zu erheblichen Biegebeanspruchungen in den Zellenwänden führen können.

Größe und höhenmäßige Verteilung dieser nichtrotationssymmetrischen Belastungen sind für viele Zellenformen hinreichend, die Verteilung entlang des Umfangs jedoch nicht bekannt. Wie die hier durchgeführten Untersuchungen zeigen, wird die Biegebeanspruchung der Wände aber gerade von dieser Verteilung entlang des Umfangs wesentlich beeinflusst. So können sich bei antimetrischer Belastung an der gleichen Stelle und auf der gleichen Seite der Zellenwand Biegespannungen ergeben, die je nach Belastungsverteilung Zug oder Druck aufweisen.

Sowohl die antimetrischen wie auch die symmetrischen Lastansätze weisen für bestimmte Belastungsverteilungen entlang des Umfangs - hier durch den Exponenten n beschrieben - Extremwerte für die Verformungen und Biegemomente auf.

Nach [22] führen alle mehrwelligen Belastungsansätze der der Art $\cos (m \cdot \varphi)$ bei großem m und gleicher Belastungsintensität zu geringerer Biegebeanspruchung und Verformung als solche für kleine m (außer $m = 0$ und 1). Die hier gewählten Belastungsansätze beinhalten jene für $\cos (\varphi)$, $\cos (2 \varphi)$ und $\cos (3 \varphi)$ und scheinen somit für diese Untersuchungen ausreichend, da sie zusätzlich verschiedene Verteilungen entlang des Umfangs zulassen. Geringfügig größere Biegemomente ergeben sich nur bei praktisch kaum möglicher, sprunghaft veränderlicher Belastung.

Abmindernde Einflüsse auf die Verformungen und Biegemomente entstehen durch zusätzliche Membranlastabtragung infolge der Zellenverformung und Aussteifung der Zelle durch das Silogut. Während die ersteren bei Stahlbetonsilozellen im allgemeinen vernachlässigt werden können, zeigt sich, daß das Silogut insbesondere biegeeweiche Zellenwände wesentlich auszustiefen vermag. Diese Aussteifung - mit einer z. T. großen Verminderung der Biegebeanspruchung - kommt jedoch immer durch eine Veränderung der Druckverteilung zustande und ist experimentell anscheinend nur schwer nachweisbar.

Für experimentell einigermaßen abgesicherte Größe und höhenmäßige Verteilung der nichtrotationssymmetrischen Belastung, jedoch ungünstigste Verteilung entlang des Umfangs ergeben sich Biegemomente, die von vielen bestehenden kreisförmigen Silozellen nicht mehr aufgenommen werden können. Daß diese Zellen dennoch stehen und auch z. T. bisher unbeschädigt blieben, deutet auf eine teilweise günstigere Belastungsverteilung entlang des Umfangs hin, die zu kleineren, als die hier ermittelten, Extreimbiegemomenten führt.

Aufgrund der Unkenntnis bezüglich dieser Belastungsverteilung und der relativ vielen Siloschäden sollte bis zur endgültigen Klärung dieser Dinge empfohlen werden, alle neuen Silozellen für die hier ermittelten Extreimbiegemomente (Abschnitt 2 und 3) zu bemessen. Hierbei können die bisherigen experimentellen Erkenntnisse bezüglich der Größe und höhenmäßigen Verteilung der nichtrotationssymmetrischen Belastung selbstverständlich berücksichtigt werden. Im Anhang, Abschnitt 5.4, sind vereinfachte Bemessungsvorschläge hierzu aufgestellt.

Da diese Maßnahme zu einer wesentlichen Vergrößerung der Wanddicken und Bewehrungen bei Kreissilozellen führt, scheint es angebracht zu sein, die tatsächliche Druckverteilung entlang des Umfangs baldmöglichst zu erforschen.

5. Anhang

5.1 Beschreibung der Meßanlage zur Druck- und Verformungsmessung

Bild 5.1 zeigt die Meßanlage an einer kreisförmigen Silozelle der Firma Müller in Brake. Die Silozelle mit 11,26 m Innendurchmesser und ca. 75 m Höhe war seit dem derzeit erfolgten Einsturz und anschließenden Wiederaufbau in Spannbetonbauweise mit den DMS-Druckmeßplatten B bis R (Bild 5.1) ausgerüstet. Im Winter 1978/79 wurden zwei weitere Druckmeßplatten W (West) und O (Ost) der Firma Glötzl etwa in Höhe der bisherigen DMS-Druckmeßplatten D und E installiert, wobei eine unmittelbar über der DMS-Meßplatte E, die andere genau gegenüber angeordnet wurde. Durch die beiden unmittelbar übereinander sitzenden Druckmeßplatten E und W sollten die Ergebnisse der DMS- und Glötzl-Meßplatten miteinander verglichen werden können. Mit der gegenüberliegenden Glötzl-Meßplatte O auf der Ostseite sollte festgestellt werden, ob die Drücke in dieser Höhe noch zu der Entlastungsbalkenachse symmetrisch sind, also noch von dem Entlastungsbalken beeinflusst werden. Gegebenenfalls war an eine Erweiterung der Meßanlage durch weitere Glötzl-Meßplatten gedacht.

Das etwa in der gleichen Höhe wie die Glötzl-Platten installierte Verformungsmeßgestänge sollte ebenfalls Anhaltspunkte liefern, ob die Beanspruchung der Zelle hier noch wesentlich vom Entlastungsbalken abhängt bzw. zu zwei Achsen symmetrisch angenommen werden kann und darüber hinaus zur Kontrolle der gemessenen Drücke dienen.

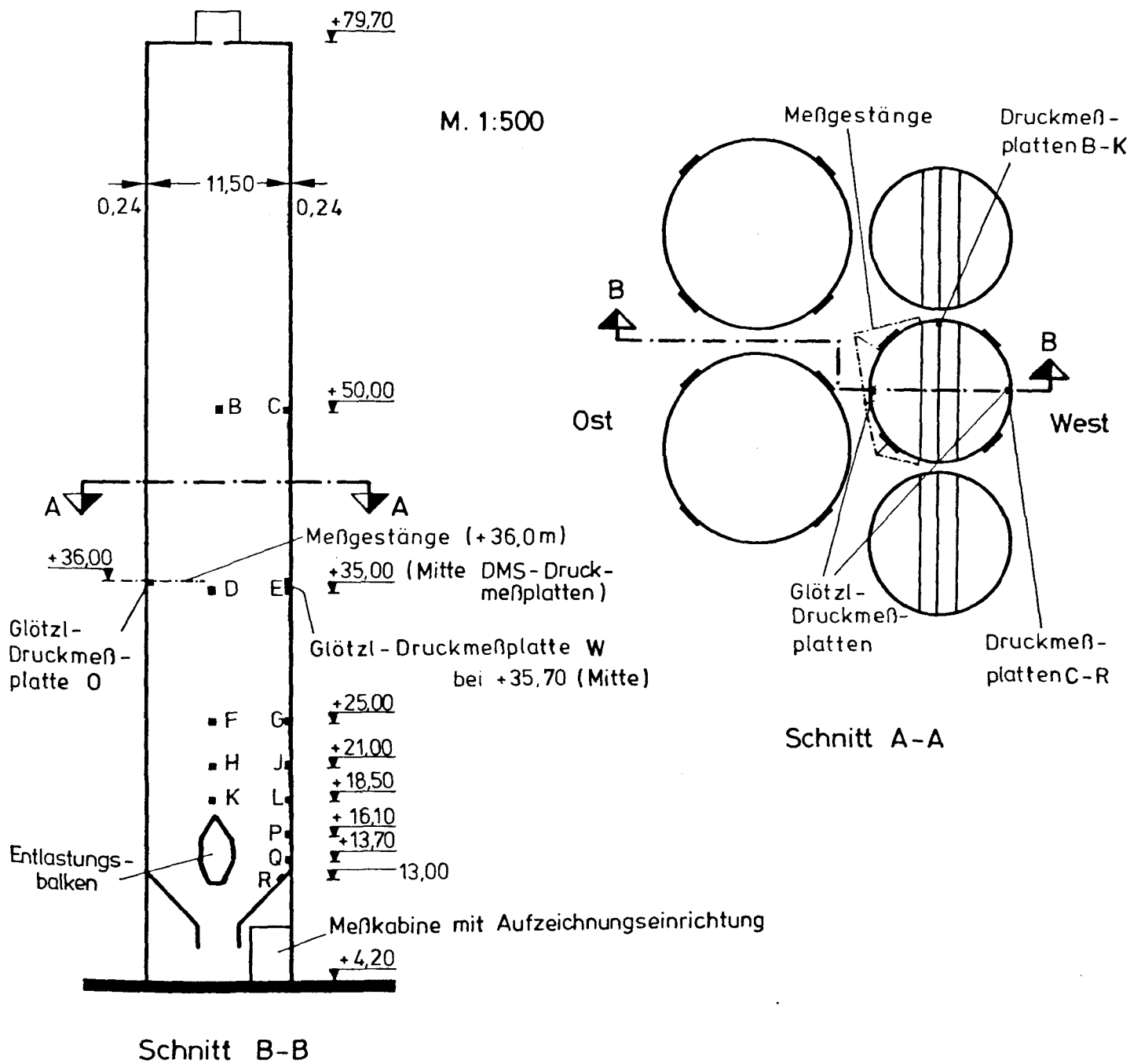


Bild 5.1 Siloanlage der Fa. Müller in Brake mit Angabe der Meßstellen

5.1.1 Beschreibung_der_Druckmeßplatten

Eine genaue Beschreibung der hier verwendeten DMS-Druckmeßplatten findet sich in [9]. Hier soll die Konstruktion nur kurz erläutert werden. Die eigentlichen Meßplatten aus Stahl in der Größe $500 \cdot 500 \text{ mm}^2$ lagern auf vier in die Wand versenkten Stahlkragarmen mit einem Querschnitt von $40 \cdot 40 \text{ mm}^2$. Diese Stahlkragarme sind an geeigneten Stellen mit DMS in Vollbrückenschaltung beklebt. Die unbeschichtete Oberfläche der Stahlmeßplatte ist bündig mit der Wandinnenseite. Die gesamte Druckmeßkonstruktion ist insgesamt etwa 500 mm hoch und 1230 mm breit. Die Meßsignale werden einer Trägerfrequenzmeßverstärkeranlage zugeführt, in Zeitintervallen von ein bis zwei Stunden abgefragt und registriert.

Die Meßplatten der Firma Glötzl arbeiten nach einem gänzlich anderen Prinzip und sind in [17, 18] ausführlicher beschrieben. Hier soll deren Wirkungsweise nur kurz erläutert werden. Die hier verwendeten Meßelemente bestehen aus zwei am Rand zusammengeschweißten Stahlplatten der Größe $200 \cdot 300 \text{ mm}^2$ und einer dazwischen befindlichen Ölfüllung. Durch den von außen aufgebrachten Druck wird die Ölfüllung zusammengedrückt und steuert über ein Kompensationsventil den Luftstrom in der eigentlichen Meßleitung. Über einen Luftmengenregler wird von der Meßzentrale aus eine konst. Luftmenge durch die Meßleitung hindurch in die Druckmeßplatte gefördert und hier durch das Kompensationsventil so weit gedrosselt, daß der Druck in der Meßleitung abzüglich eines konstanten Vordrucks (Druck in der Meßleitung bei unbelasteten Druckmeßplatten) dem Druck vor der Meßfläche entspricht. Durch einen Druck-Umsetzer in der Meßzentrale werden diese Meßsignale elektrisch weiterverarbeitet und ebenfalls alle ein bis zwei Stunden aufgezeichnet. Die Oberfläche der Glötzl-Meßplatten ist ebenfalls bündig mit der Wandinnenseite, wurde jedoch mit Kunstharz und Sand beschichtet, um ihre Rauigkeit der Silowandinnenseite weitmöglichst anzupassen.

Obwohl die Glötzl-Druckmeßplatten vom Hersteller mit eindeutigen Meß- und Benutzerangaben versehen sind, wurden sie vor dem Einbau im Labor und nachträglich im eingebauten Zustand in der Silozelle überprüft und geeicht. Bei dem Test im Labor zeigte sich, daß der Vordruck und auch das Verhältnis zwischen Druck vor der Meßplatte und Druck in der Luftleitung nach Abzug des Vordruckes von der Hinterfüllung der Meßplatte beim Einbau beeinflußt werden. Dabei ist der Druck vor der Meßplatte größer als der Druck in der Meßleitung minus Vordruck, wenn die Platte auf der Rückseite nur teilweise aufliegt. Deshalb wurde beim Einbau auf eine sorgfältige Hinterfüllung geachtet. Bei der Überprüfung im eingebauten Zustand wurde vor die Glötzl-Druckmeßplatte auf der Innenseite der Zellenwand eine Belastungseinrichtung - bestehend aus einem Stahlkasten mit Gummimembranen - gesetzt. Hierdurch konnten die Glötzl-Druckmeßplatten bis zu einem Druck von 160 kN/m^2 belastet werden. Die Abweichung gegenüber dem um den Vordruck reduzierten Druck in der Meßleitung zu dem Druck vor der Meßplatte betrug bis zu 7 %. Auch hierbei war der Druck vor der Druckmeßplatte größer als der um den Vordruck verminderte Druck in der Meßleitung. Die nachfolgende Auswertung dieser Druckmeßwerte wurde unter Benutzung der Daten aus der Eichung in der Silozelle durchgeführt. Wie sich bei den späteren Messungen zeigte, schwankt auch der Vordruck geringfügig, so daß unter diesen Anwendungsbedingungen mit einer allgemeinen Meßgenauigkeit von ca. 10 % gerechnet werden kann. Dennoch unterscheiden sich die Meßsignale der unmittelbar übereinander sitzenden Meßplatten W und E noch erheblich.

5.1.2 Beschreibung des Verformungsmeßgestänges

Das etwa in der gleichen Höhe wie die Glötzl-Druckmeßplatten angebrachte Verformungsmeßgestänge ist in Bild 5.2 dargestellt und wurde am Institut für Baustoffe, Massivbau und

Brandschutz der TU Braunschweig entwickelt. Es ist weitgehend temperaturkompensiert und besteht aus zwei scherenartigen Stahlrohrkonstruktionen, die im Drehpunkt mit einem Stahlseil nach oben aufgehängt und mit den anderen Enden an der Wand befestigt sind. Das gesamte Gestänge befindet sich auf der wind- und sonnengeschützten Seite zwischen den fünf gleichhohen Silozellen (Bild 5.1). Ungleichmäßige Erwärmung und Beeinflussung durch Windböen können somit weitestgehend ausgeschlossen werden. Die Gelenke bestehen aus nichtrostenden Teilen mit sehr wenig Spiel. Gemessen werden die Abstandsänderungen zwischen den Punkten A und B sowie B und C auf indirekte Weise mit den Gestängen bzw. induktiven Wegaufnehmern S 1 und S 4 (Bild 5.2) und die Winkeländerungen der beiden Scherenarme zur Wand im Punkt B durch Abstandsänderung der Gestänge von der Wand mit den induktiven Wegaufnehmern S 2 und S 3. Aus den übermittelten Meßsignalen kann die Gesamtverformung der Zelle in diesem Höhenschnitt errechnet werden.

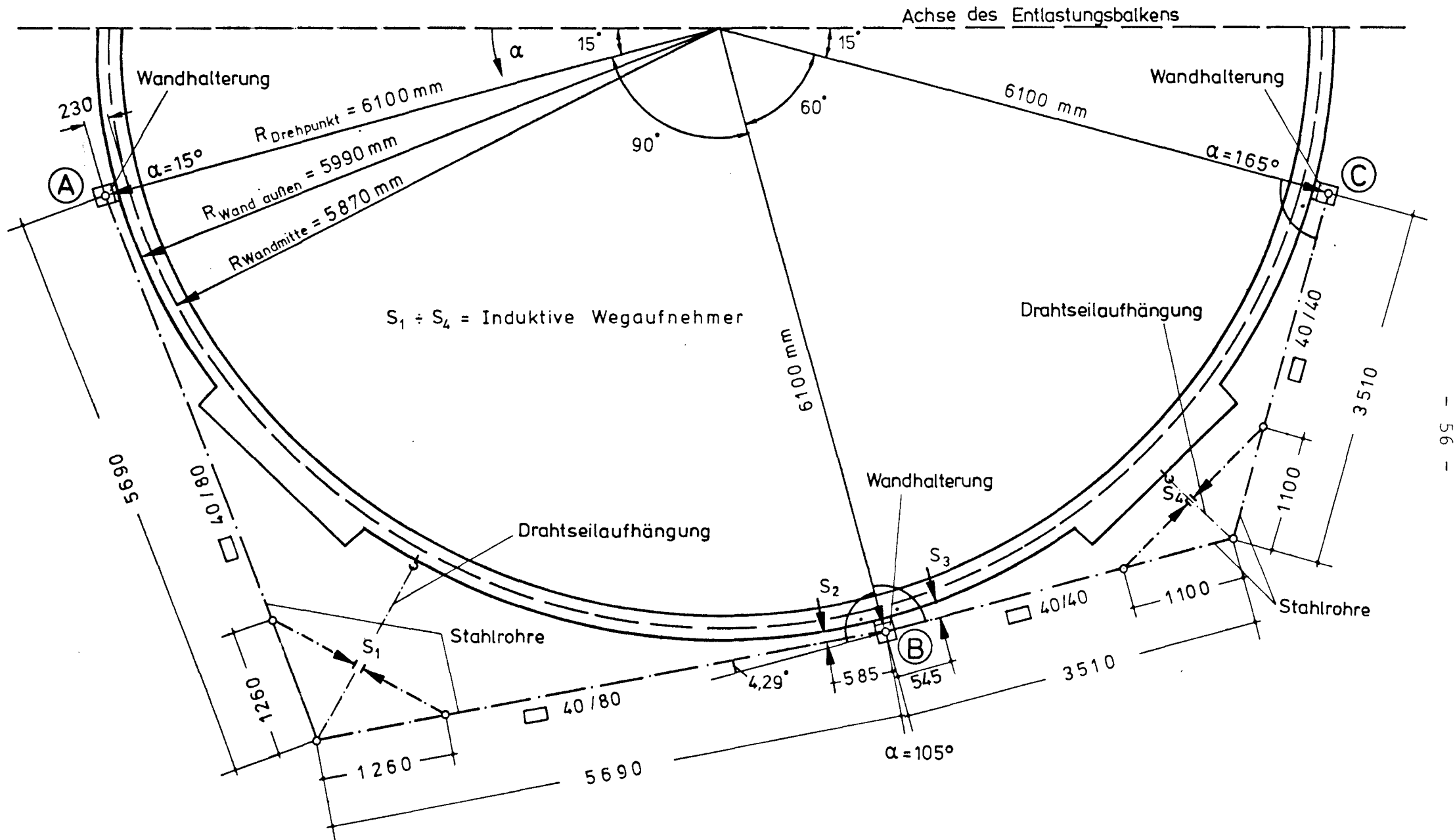


Bild 5.2 Verformungsmeßgestänge M. 1:50

Dies geschieht nach folgendem Prinzip: Die Querschnittsverformung einer Silozelle unter nichtrotationssymmetrischer Belastung wird im wesentlichen durch die Verkrümmung der Schalenwand verursacht. Die aus der Dehnung der Schalenmittelfläche entstehenden Anteile können somit vernachlässigt werden. Damit läßt sich die gesamte Verformung durch alle radialen oder tangentialen Verschiebungsanteile ausreichend beschreiben (siehe Bild 5.4 A). Wählt man hierzu einen Fourieransatz mit Gliedern ≤ 3 . Ordnung, lassen sich die Verformungen durch die vier Grundgrößen U_S , U_A , α_S , α_A (siehe Bild 5.3) ausdrücken. Mit den in Bild 5.3 angegebenen Beziehungen können die Verschiebungen U_R , U_T und die Verdrehungen d_{UR}/d_S für die Punkte A, B und C ermittelt werden. Diese sind in Tabelle 5.5 zusammengestellt. Mit den kinematischen Beziehungen der Bilder 5.6 und 5.7 ergeben sich die Verschiebungen an den induktiven Wegaufnehmern S 1 bis S 4 (siehe Bild 5.2) des Verformungsgestänges, welche in Bild 5.8 angegeben sind. Setzt man hier die in Tabelle 5.5 dargestellten Beziehungen ein, erhält man ein nichtlineares Gleichungssystem mit den vier Unbekannten U_S , U_A , α_S , α_A (siehe Tabelle 5.9). Durch die Einführung der neuen Unbekannten $U_S \cdot \cos(2 \alpha_S)$, $U_S \cdot \sin(2 \alpha_S)$, $U_A \cdot \cos(3 \alpha_A)$, $U_A \cdot \sin(3 \alpha_A)$ läßt sich dieses nichtlineare Gleichungssystem zunächst teilauflösen (Tabelle 5.10).

Hieraus ergibt sich schließlich:

$$\tan(2 \alpha_S) = U_S \cdot \sin(2 \alpha_S) / (U_S \cdot \cos(2 \alpha_S)) = f_S(S_1, S_2, S_3, S_4)$$

und

$$\tan(3 \alpha_A) = U_A \cdot \sin(3 \alpha_A) / (U_A \cdot \cos(3 \alpha_A)) = f_A(S_1, S_2, S_3, S_4)$$

Damit ist das Gleichungssystem allgemein gelöst. Die Grundgrößen U_S , U_A , α_S und α_A können somit durch die Verschiebungen der vier induktiven Wegaufnehmer S 1 bis S 4 ausgedrückt und im Computer weiterverarbeitet werden.

Allgem. Fourieransatz für Radialverformungen :

$$u_R(\alpha) = a_0 + a_1 \cdot \cos \alpha + a_2 \cdot \cos 2\alpha + a_3 \cdot \cos 3\alpha \dots\dots$$

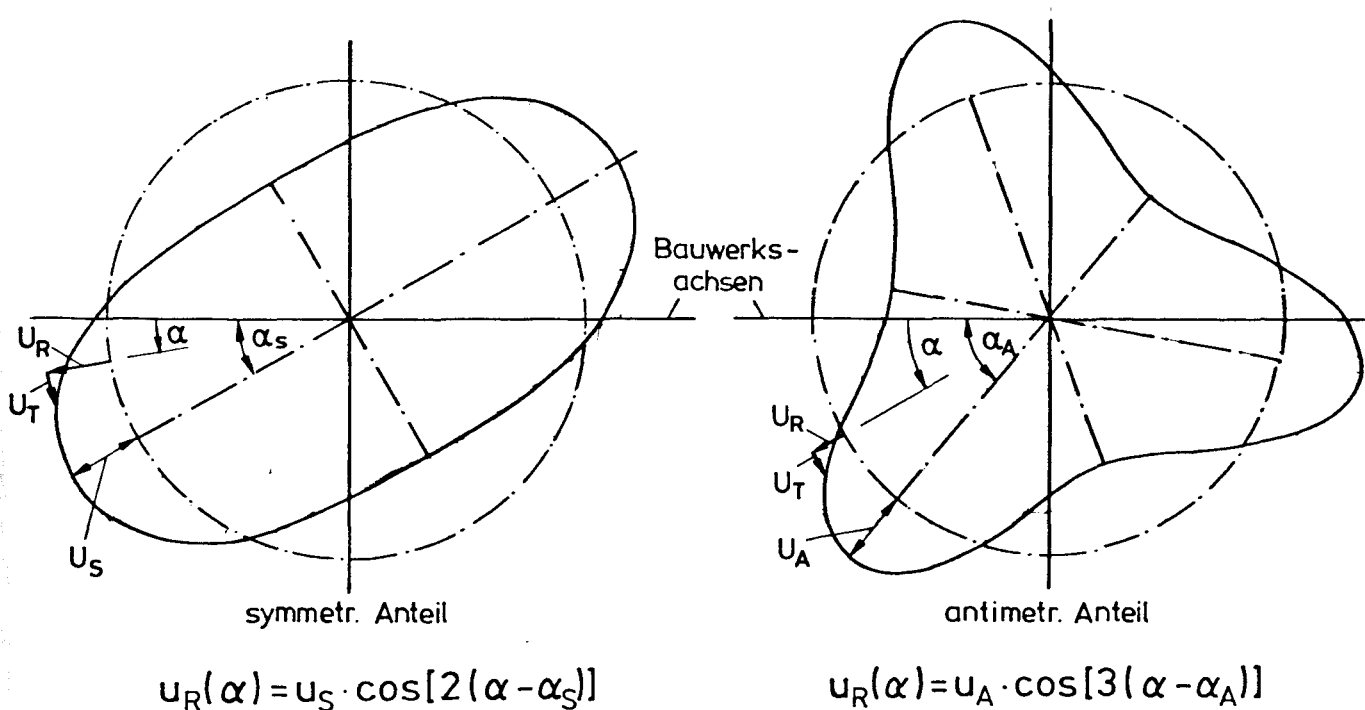
$$+ b_1 \cdot \sin \alpha + b_2 \cdot \sin 2\alpha + b_3 \cdot \sin 3\alpha \dots\dots$$

mit $a_0 = a_1 = b_1 = 0$ (dehnungsbehaftete Verformungen bzw. translatorische Verschiebungen)

sowie $a_n = b_n = 0$ ($n \geq 4$)

und $a_2 = u_S \cdot \cos 2\alpha_S$, $a_3 = u_A \cdot \cos 3\alpha_A$, $b_2 = u_S \cdot \sin 2\alpha_S$

$b_3 = u_A \cdot \sin 3\alpha_A$ (siehe Abbildung)



ergibt sich

$$u_R(\alpha) = u_S \cdot \cos[2(\alpha - \alpha_S)] + u_A \cdot \cos[3(\alpha - \alpha_A)]$$

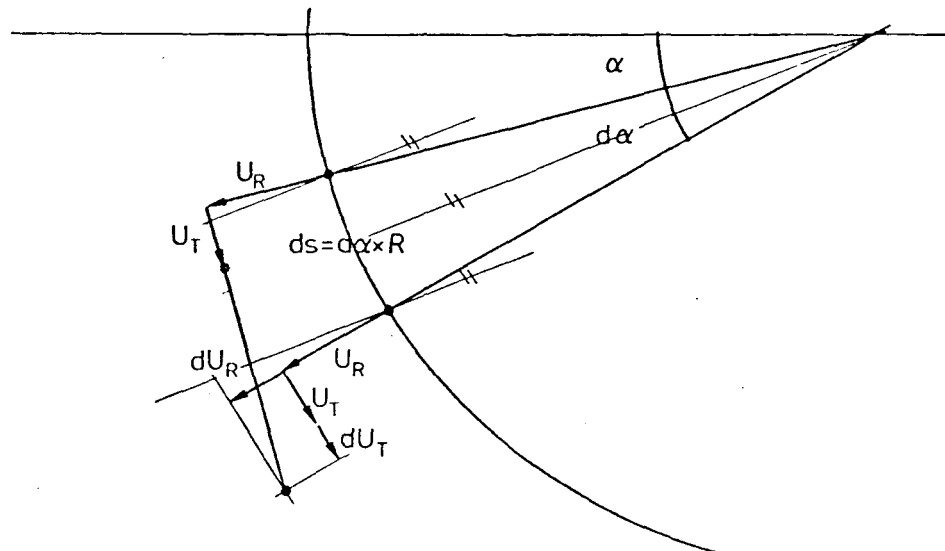
Entstehen diese Verformungen nur aus der Schalenkrümmung und nicht aus der Dehnung der Mittelfläche, so ergibt sich weiterhin (siehe Bild 5.4a)

$$u_T(\alpha) = -u_S \frac{1}{2} \sin[2(\alpha - \alpha_S)] - u_A \frac{1}{3} \sin[3(\alpha - \alpha_A)]$$

Die Verdrehung der Wand ergibt sich nach Bild 5.4 b

$$\frac{du_R}{ds} = -\frac{u_S}{R} \cdot 2 \cdot \sin[2(\alpha - \alpha_S)] - \frac{u_A}{R} \cdot 3 \cdot \sin[3(\alpha - \alpha_A)]$$

Bild 5.3 Meßbare Grundgrößen u_S , u_A , α_S u. α_A
und zugehörige Verformungsfiguren



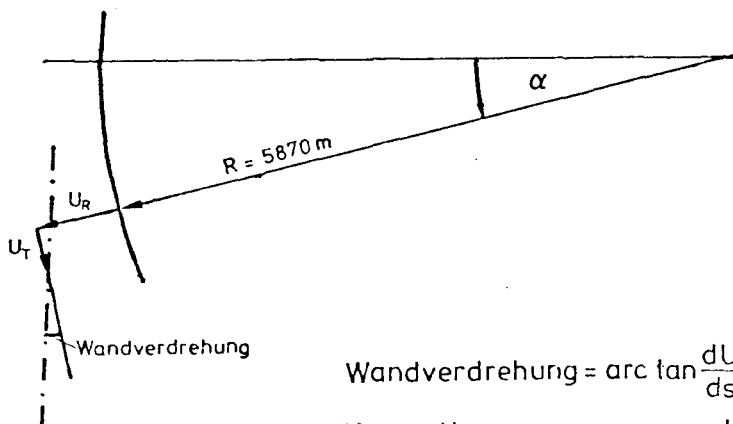
$$(dU_R \times \cos \frac{d\alpha}{2})^2 + (ds + 2 \times \frac{d\alpha}{2} \times U_R + dU_T + dU_R \times \sin \frac{d\alpha}{2})^2 = ds^2$$

bei $U_R \ll R$ und $U_T \ll R$:

$$\longrightarrow U_R + \frac{dU_T}{d\alpha} = 0$$

$$\text{und} \quad U_T(\alpha) = \int dU_T = - \int U_R(\alpha) \times d\alpha$$

a. Beziehung für dehnungslose Verformungen



$$\text{Wandverdrehung} = \arctan \frac{dU_R}{ds}$$

$$\frac{dU_R}{ds} = \frac{dU_R}{d\alpha \times R} = -\frac{U_S}{R} \times 2 \times \sin[2(\alpha - \alpha_S)] - \frac{U_A}{R} \times 3 \times \sin[3(\alpha - \alpha_A)]$$

b. Beziehung für Wandverdrehung

Bild 5.4 Geometrische Zusammenhänge zu den Angaben im Bild 5.3

Punkt		$\cdot U_S \cdot \cos 2\alpha_S$	$\cdot U_S \cdot \sin 2\alpha_S$	$\cdot U_A \cdot \cos 3\alpha_A$	$\cdot U_A \cdot \sin 3\alpha_A$
A	$U_R =$	0,866026	0,500000	0,707107	0,707107
	$U_T =$	-0,250000	0,433013	-0,235702	0,235702
	$\frac{dU_R}{ds} =$	-0,170358 _{m⁻¹}	0,295068 _{m⁻¹}	-0,361383 _{m⁻¹}	0,361383 _{m⁻¹}
B	$U_R =$	-0,866026	-0,500000	0,707107	-0,707107
	$U_T =$	0,250000	-0,433013	0,235702	0,235702
	$\frac{dU_R}{ds} =$	0,170358 _{m⁻¹}	-0,295068 _{m⁻¹}	0,361383 _{m⁻¹}	0,361383 _{m⁻¹}
C	$U_R =$	0,866026	-0,500000	-0,707107	0,707107
	$U_T =$	0,250000	0,433013	-0,235702	-0,235702
	$\frac{dU_R}{ds} =$	0,170358 _{m⁻¹}	0,295068 _{m⁻¹}	-0,361383 _{m⁻¹}	-0,361383 _{m⁻¹}

Tabelle 5.5 Zusammenstellung der Verformungen U_R, U_T und dU_R/ds in Abhängigkeit von U_S, U_A, α_S und α_A

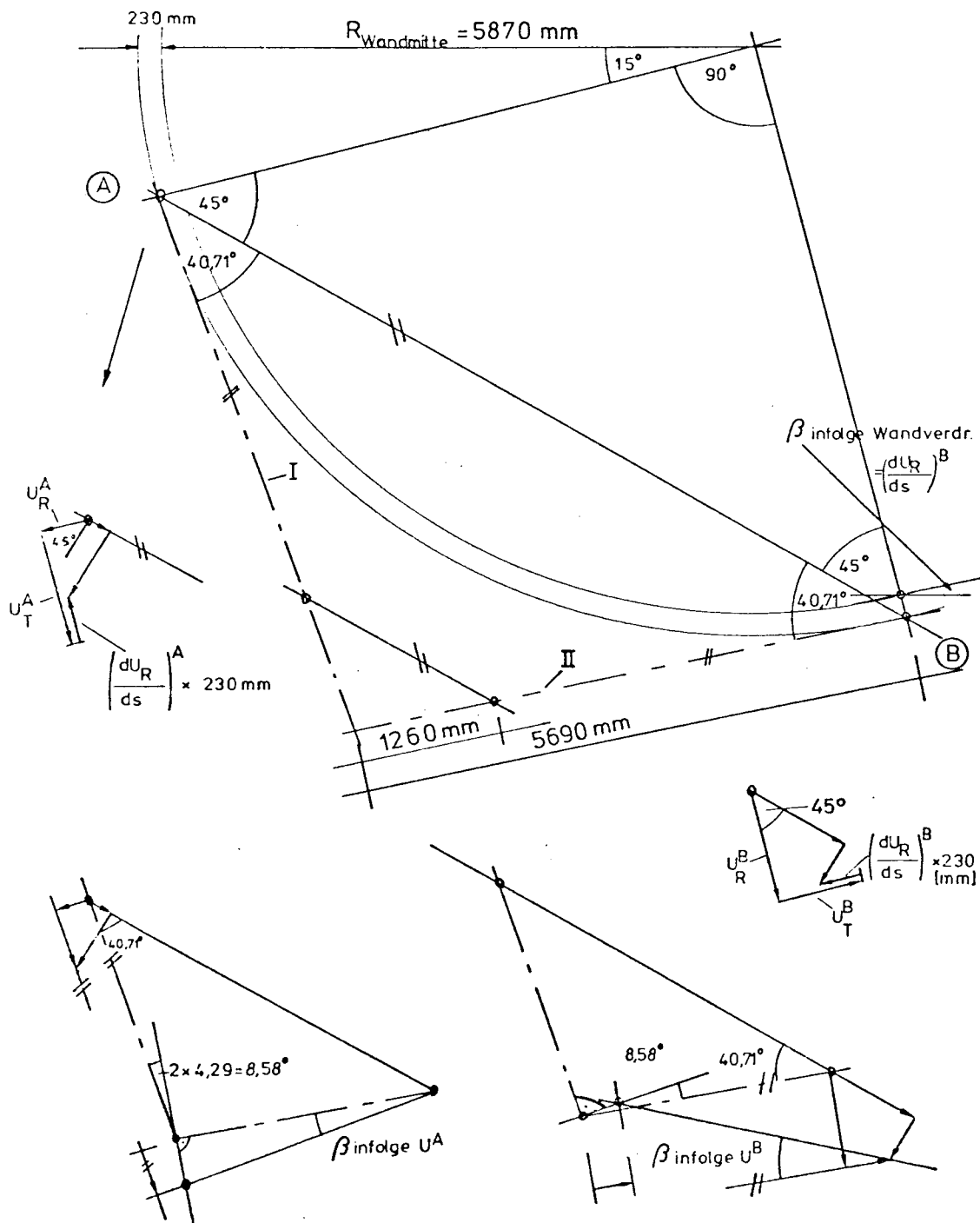


Bild 5.6 Kinematische Beziehungen für das Meßgestänge I-II

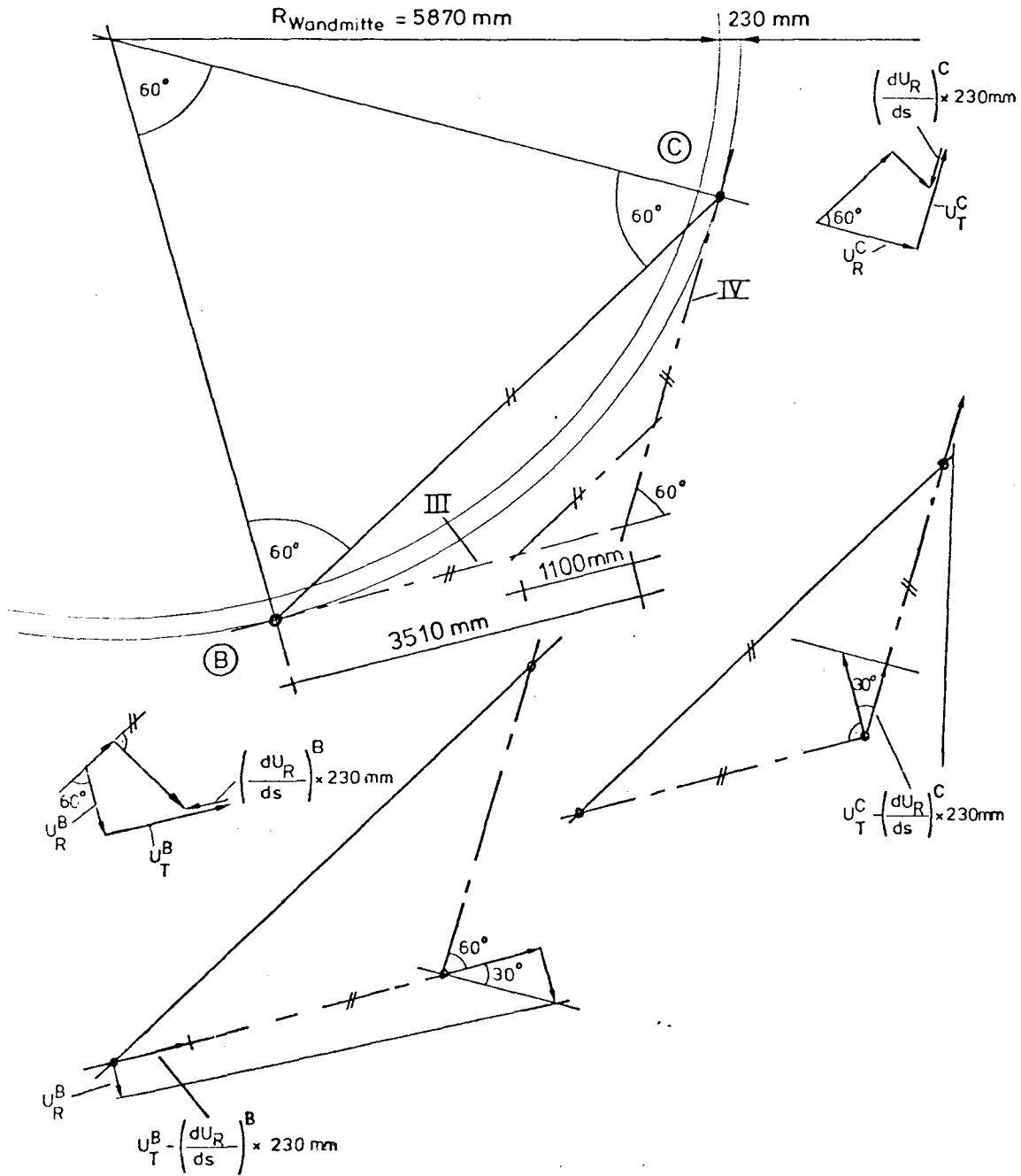


Bild 5.7 Kinematische Beziehungen für das Meßgestänge III-IV

$$S_1 = \frac{1,260}{5,690} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \left[U_R^B + U_T^B - \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^B \times 0,230 \text{ m} + U_R^A - U_T^A + \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^A \times 0,230 \text{ m} \right]$$

$$S_2 = \frac{0,585}{5,690} \times \left[0,0757 \times U_R^A - 1,0085 \times U_T^A + 1,0085 \times \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^A \times 0,230 \text{ m} \right. \\ \left. + 1,0085 \times U_R^B + 0,0757 \times U_T^B - \left(0,0757 + \frac{5,690}{0,230} \right) \times \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^B \times 0,230 \text{ m} \right]$$

$$S_3 = \frac{0,545}{3,510} \times \left[U_R^B - \tan 30^\circ \times U_T^B + \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^B \times (\tan 30^\circ \times 0,230 \text{ m} + 3,510 \text{ m}) \right. \\ \left. + U_T^C \times \frac{1}{\cos 30^\circ} - \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^C \times \frac{0,230 \text{ m}}{\cos 30^\circ} \right]$$

$$S_4 = \frac{1,100}{3,510} \times \frac{1}{2} \times \left[U_R^C + \sqrt{3} \times U_T^C - \sqrt{3} \times \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^C \times 0,230 \text{ m} \right. \\ \left. + U_R^B - \sqrt{3} \times U_T^B + \sqrt{3} \times \left(\frac{dU_R}{ds} \right)^B \times 0,230 \text{ m} \right]$$

Bild 5.8 Zusammenstellung der Verschiebungen an den induktiven Wegaufnehmern in Abhängigkeit von u_R , u_T und $\frac{du_R}{ds}$

	infolge	$U_S \cdot \cos 2\alpha_S$	$U_S \cdot \sin 2\alpha_S$	$U_A \cdot \cos 3\alpha_A$	$U_A \cdot \sin 3\alpha_A$
s_1	U_R^B	-0,135605	-0,078291	0,110721	-0,110721
	U_T^B	0,039146	-0,067802	0,036907	0,036907
	$\frac{dU_R^B}{ds}$	-0,006135	0,010627	-0,013015	-0,013015
	U_R^A	0,135605	0,078291	0,110721	0,110721
	U_T^A	0,039146	-0,067802	0,036907	-0,036907
	$\frac{dU_R^A}{ds}$	-0,006135	0,010627	-0,013015	0,013015
	Σ	0,066022	-0,114350	0,269226	-
s_2	U_R^A	0,006740	0,003891	0,005503	0,005503
	U_T^A	0,025921	-0,044897	0,024439	-0,024439
	$\frac{dU_R^A}{ds}$	-0,004063	0,007037	-0,008618	0,008618
	U_R^B	-0,089795	-0,051843	0,073317	-0,073317
	U_T^B	0,001946	-0,003370	0,001834	0,001834
	$\frac{dU_R^B}{ds}$	-0,099964	0,173143	-0,212056	-0,212056
	Σ	-0,159215	0,083961	-0,115581	-0,293857
s_3	U_R^B	-0,134468	-0,077635	0,109793	-0,109793
	U_T^B	-0,022411	0,038818	-0,021130	-0,021130
	$\frac{dU_R^B}{ds}$	0,096358	-0,166896	0,204405	0,204405
	U_R^C	--	--	--	--
	U_T^C	0,044823	0,077635	-0,042259	-0,042259
	$\frac{dU_R^C}{ds}$	-0,007025	-0,012168	0,014902	0,014902
	Σ	-0,022723	-0,140246	0,265711	0,046125
s_4	U_R^C	0,135702	-0,078348	-0,110800	0,110800
	U_T^C	0,067851	0,117521	-0,063970	-0,063970
	$\frac{dU_R^C}{ds}$	-0,010634	-0,018419	0,022559	0,022559
	U_R^B	-0,135702	-0,078348	0,110800	-0,110800
	U_T^B	-0,067851	0,117521	-0,063970	-0,063970
	$\frac{dU_R^B}{ds}$	0,010634	-0,018419	0,022559	0,022559
	Σ	-	0,041508	-0,082822	-0,082822

Tabelle 5.9 Verschiebungen an den induktiven Aufnehmern

in Abhängigkeit von U_S, U_A, α_S und α_A

	$\cdot S_1$	$\cdot S_2$	$\cdot S_3$	$\cdot S_4$
$U_S \cdot \cos 2\alpha_S =$	4,47719	- 4,11792	- 2,14639	13,41408
$U_S \cdot \sin 2\alpha_S =$	19,79923	13,20504	- 34,99718	- 66,34375
$U_A \cdot \cos 3\alpha_A =$	11,02564	6,61848	- 14,33812	- 31,44860
$U_A \cdot \sin 3\alpha_A =$	- 1,10498	- 0,00193	- 3,19765	- 13,84756

Tabelle 5.10 Teilauflösung des Gleichungssystems

5.2 Ergebnisse der Druck- und Verformungsmessungen

Die Messungen begannen Ende März 1979 und mußten wegen eines Schadens an der Silozelle mit vorübergehender Stilllegung derselben Ende Mai 1979 wieder eingestellt werden. Während dieser Zeit konnten nur zwei vollständige Füllungen und Entleerungen mit Futtermittelpellets beobachtet werden. Bei dem Ende Mai 1979 eingetretenen Schaden wurde die Zelle etwa in Höhe des Meßgestänges (siehe Bild 5.1) auf der Ost- und Westseite um mehr als 30 bis 40 cm ausgebeult. Es ist zu vermuten, daß die Zelle auch vor der eigentlichen Schadensbeobachtung schon größere Risse aufwies, was die Biegesteifigkeit der Zellenwand stark beeinfluß haben kann.

Die Bilder 5.11 bis 5.14 zeigen die aus Pegel- und Zelleninhaltsmessungen ermittelten Zellenfüllstände, die Meßwerte der einzelnen Druckmeßplatten, deren Lage aus Bild 5.1 hervorgeht, die max. Radialverformungen und die max. Krümmungen, die hier anschaulicher durch die Biegeranddehnungen nach Zustand I angegeben sind, welche aus den mit dem Verformungsmeßgestänge ermittelten Verformungsgrundwerten rekonstruiert wurden (siehe Bild 5.3).

Wie hieraus zu erkennen ist, liegen die gemessenen Drücke bis etwa Anfang Mai 1979 unter dem nach DIN 1055 anzusetzenden Horizontaldruck von ca. 100 kN/m^2 für körnerartige Lagerstoffe, sind jedoch hier schon sehr unregelmäßig über Höhe und Umfang verteilt.

Die max. Radialverformungen - im Mai 1979 in einem anderen Maßstab als im April 1979 dargestellt - sind in diesem Zeitraum jedoch schon unerwartet groß (200 bis 300 mm), was durch die ungleichmäßige Druckverteilung erklärbar ist. Auch die zugehörigen Randbiegedehnungen weisen hierbei Werte bis zu 5 ‰ auf, die eindeutig auf einen gerissenen Zustand der Zellenwand hindeuten. Diese Randbiegedehnungen

- hier nur als Ersatz für die Krümmungen gewählt - müssen somit als Mittelwert der äußeren und inneren Biegedehnung gesehen werden. Es ist nicht auszuschließen, daß diese großen Schalenverkrümmungen auch die Meßsignale der in die Zellenwand eingelassenen DMS-Druckmeßplatten mit den Gesamt-
abmessungen von ca. $500 \cdot 1230 \text{ mm}^2$ beeinflussen, obwohl dies aufgrund der Meßplattenkonstruktion theoretisch nicht sein dürfte. Diese Annahme setzt die Zuverlässigkeit einiger Druckangaben herab und liefert eine Erklärung für die z. T. negativen Meßwerte der Druckmeßplatte E in diesem Zeitraum.

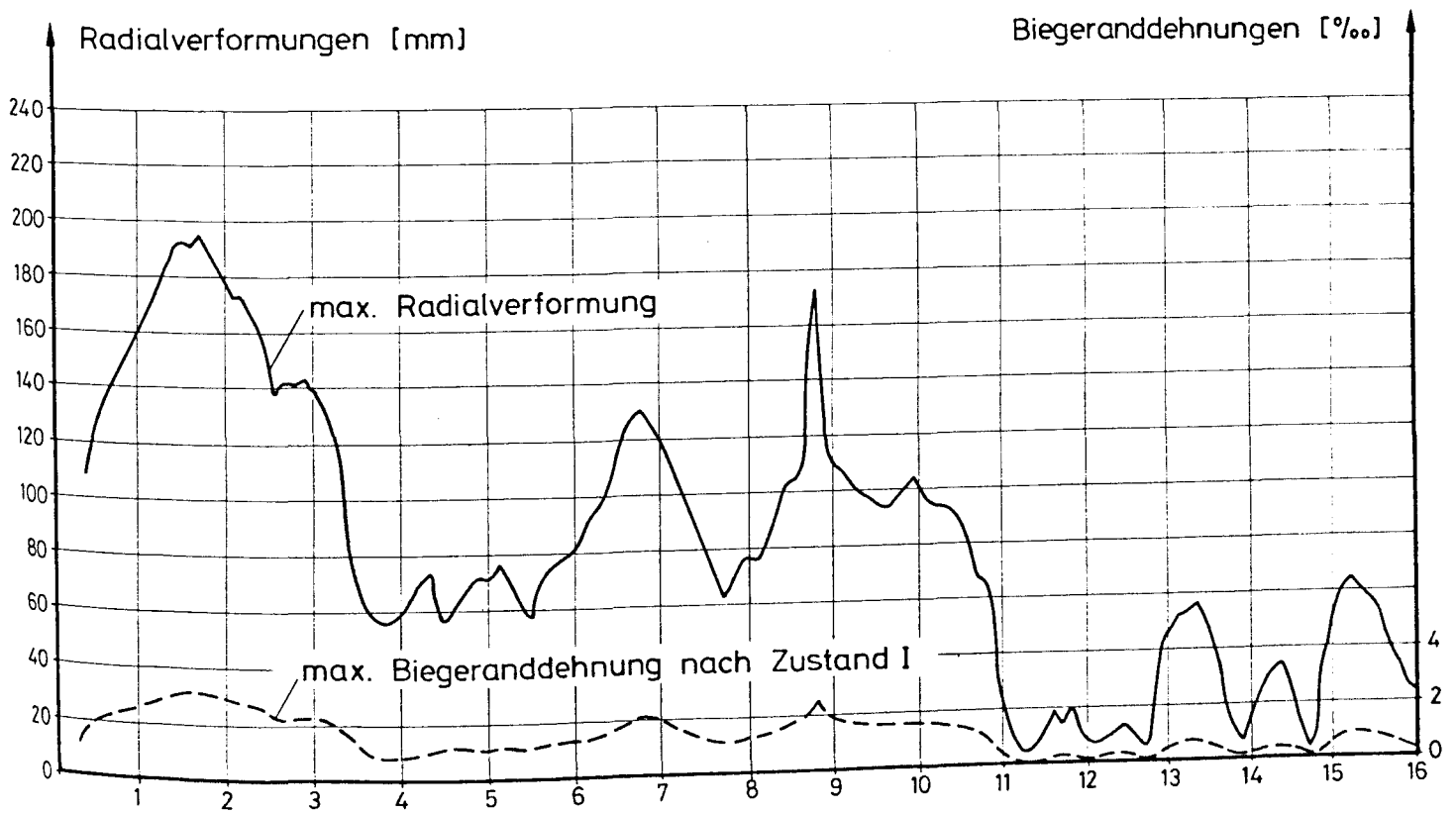
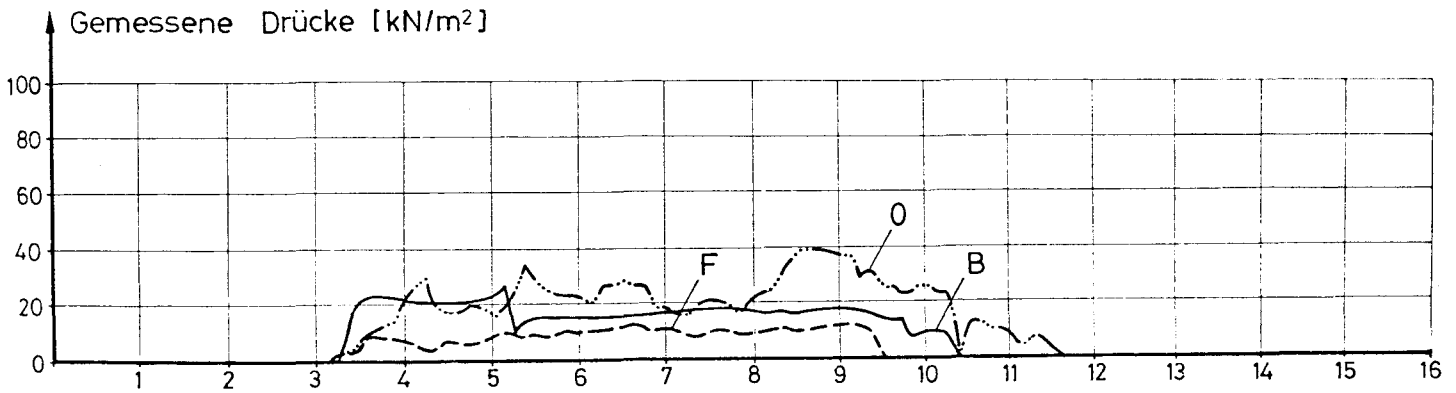
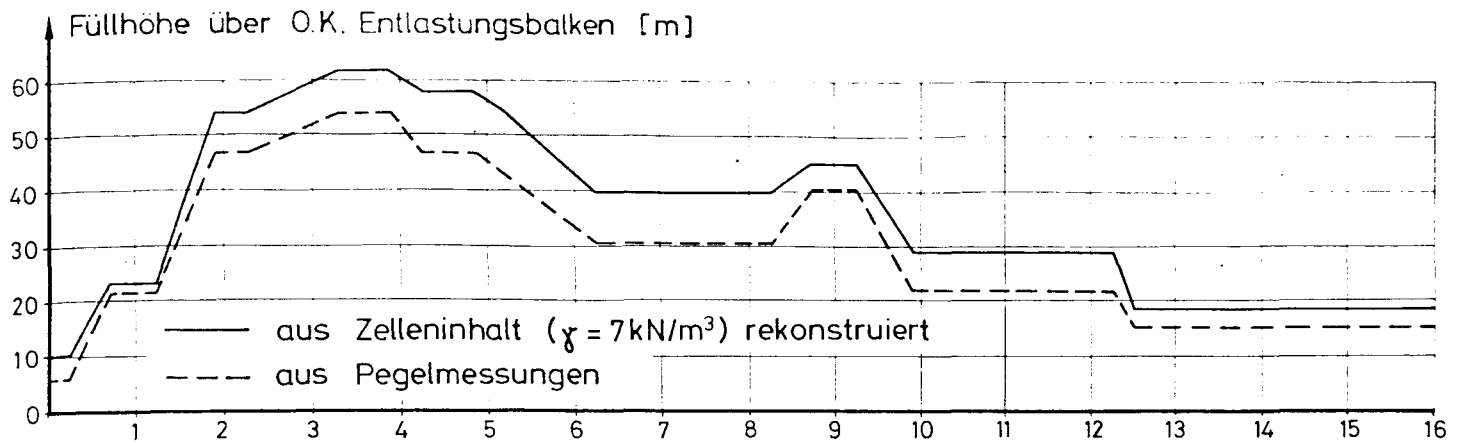


Bild 5.11 Gemessene Füllhöhen, Drücke und
 Verformungen für 1. Aprilhälfte 1979

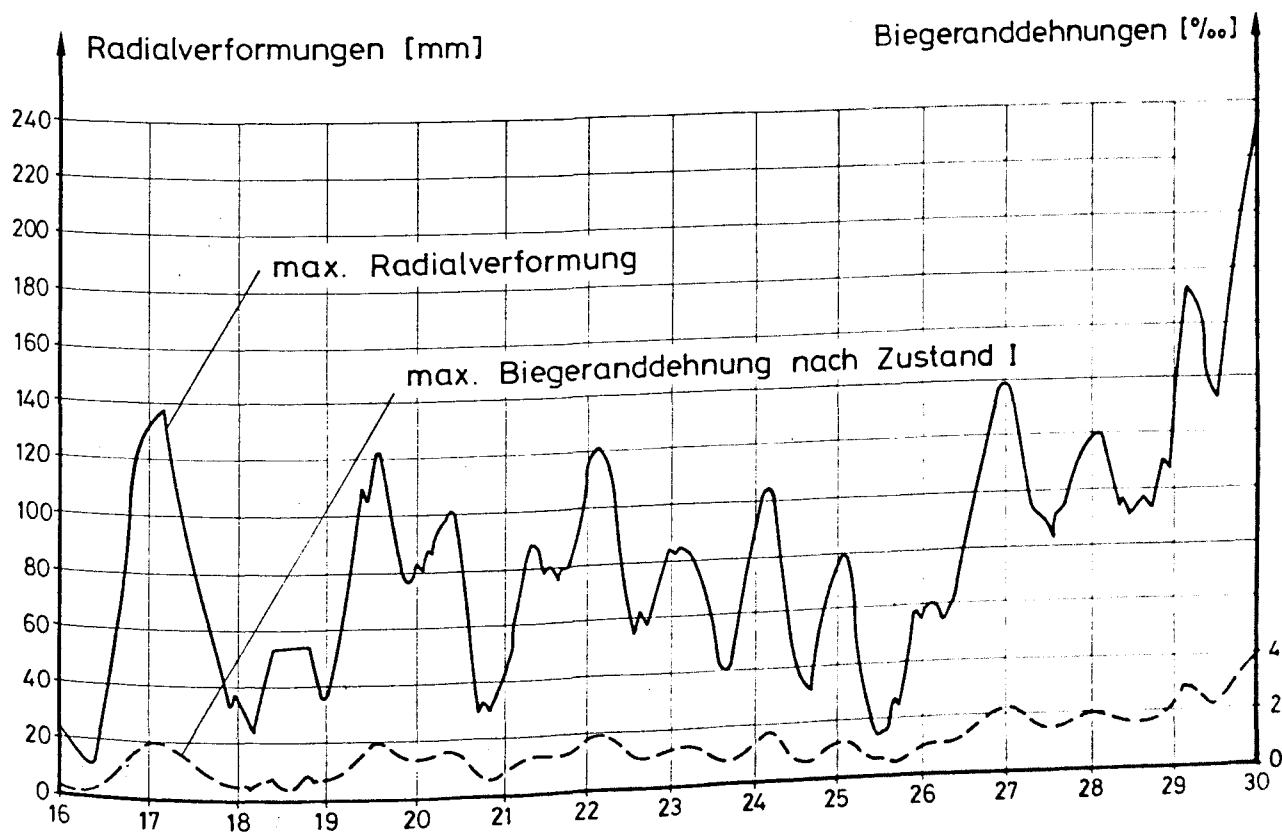
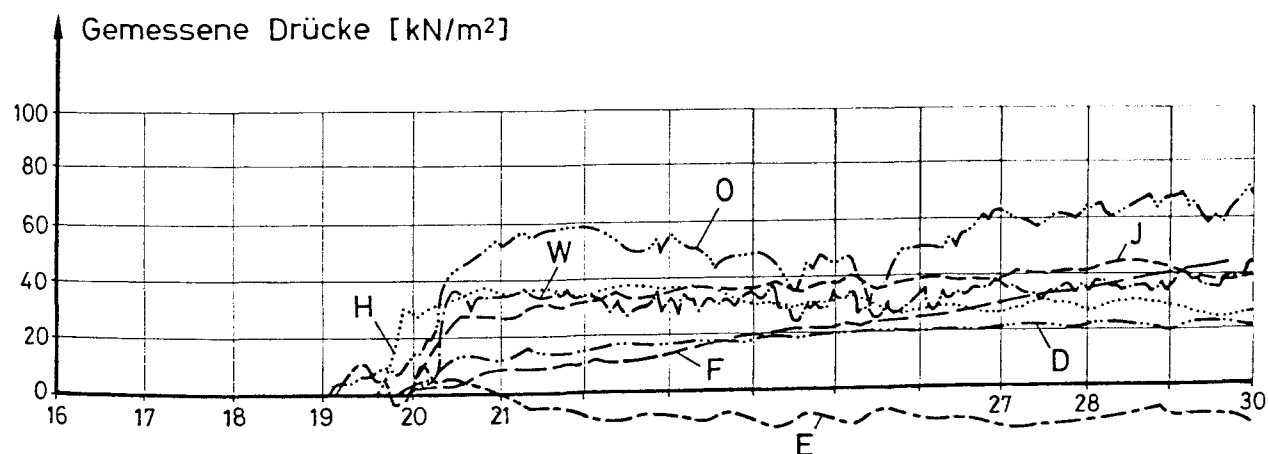
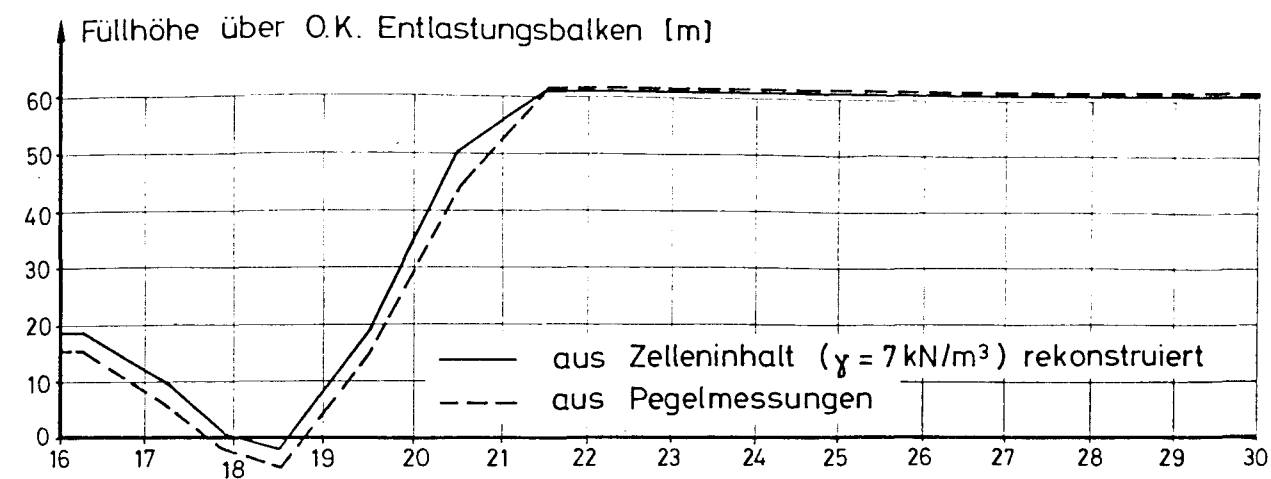


Bild 5.12 Gemessene Füllhöhen, Drücke und Verformungen für 2. Aprilhälfte 1979

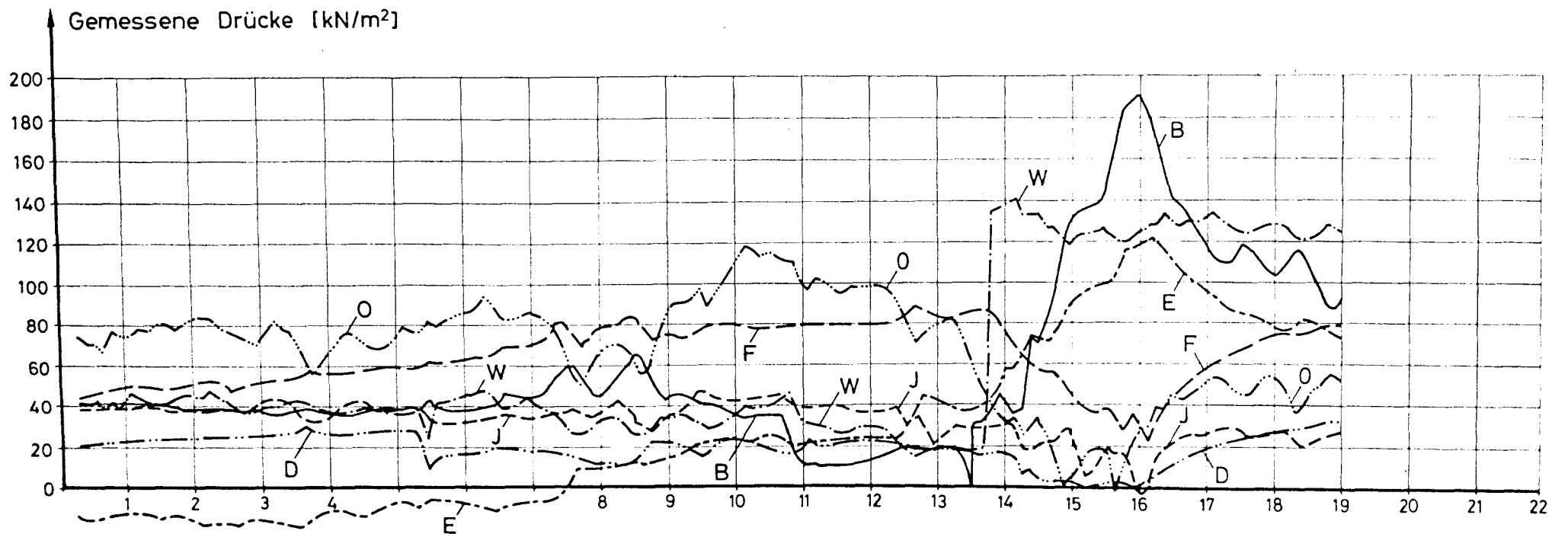
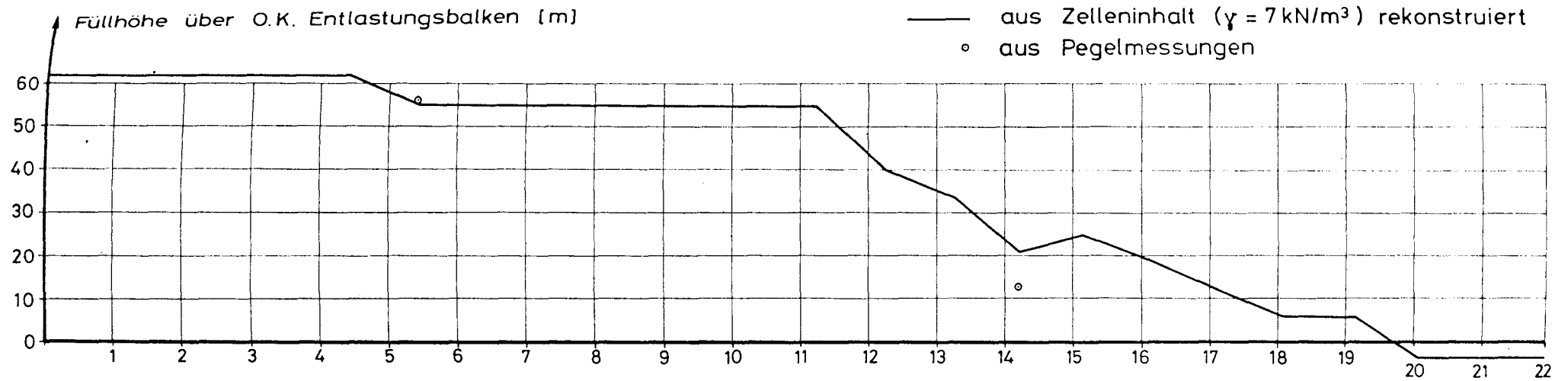


Bild 5.13 Gemessene Füllhöhen und Drücke für Mai 1979

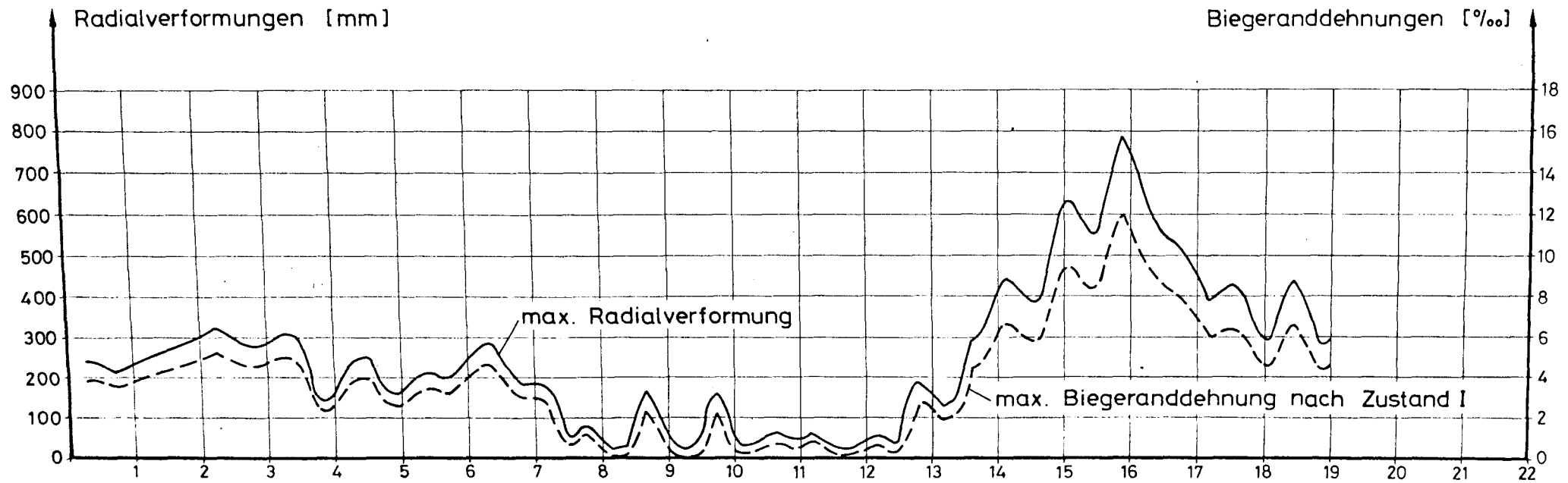


Bild 5.14 Gemessene Verformungen für Mai 1979

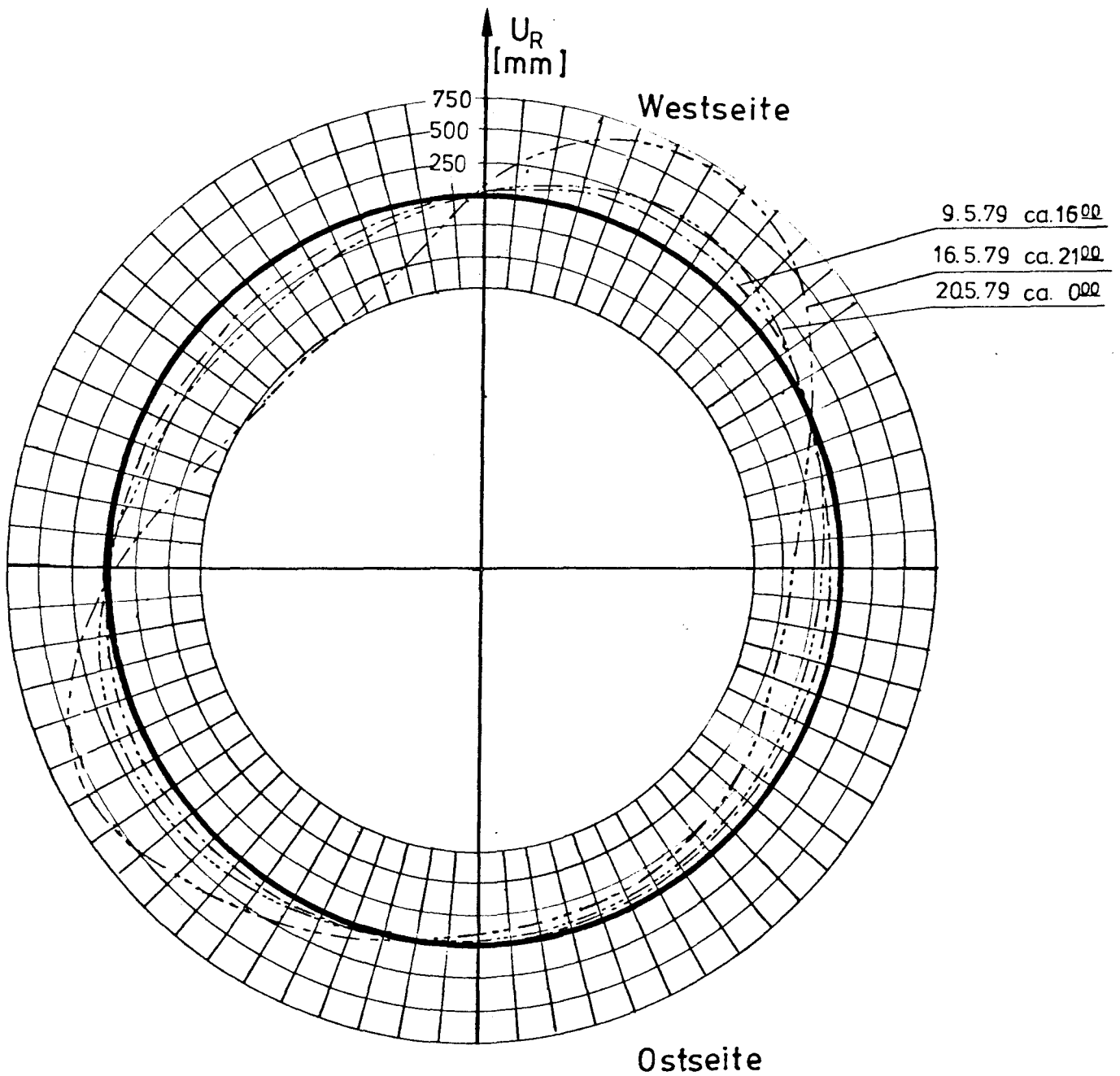


Bild 5.15 Gemessene Verformungsfiguren in Höhe von ca. 32m über O.K. Fundament im Mai'79

Ab etwa 13. bis 14. Mai 1979 ist ein großer Anstieg einiger Druck- und der Verformungsmeßwerte zu erkennen, obwohl die Zelle nach Betreiberangaben in diesem Zeitraum bereits weniger als halbvoll war. Der Spitzenwert des Druckes an der Meßplatte B am etwa 16. Mai 1979 läßt vermuten, daß sich durch evtl. Hohlraumbildung im unteren Zellenbereich das restliche Silogut z. T. noch im oberen Bereich der Zelle befand und die Zellenwände dort stark belastete. Bild 5.15 zeigt einige, aus den Verformungsmeßwerten rekonstruierte Verformungsfiguren der Zelle aus diesem Meßzeitraum.

Am 19. Mai 1979 wurden die Messungen durch eine Störung im elektrischen Netz abgebrochen. Der eigentliche Siloschaden wurde jedoch erst bei der anschließenden Füllung und Entleerung durch herabfallende Betonbrocken bemerkt und konnte durch die Messung nicht mehr festgehalten werden. Infolge der sehr großen Krümmung mit Rißbildung in der Schale erscheint die bei Meßabbruch gemessene verbleibende Verformung am 19. Mai 1979 bei leerer Zelle glaubhaft und wird durch eine Nachmessung an der beschädigten Zelle bestätigt. Die bei der Auswertung der Verformungsmeßergebnisse getroffene Annahme, daß die Dehnung der Schalenmittelfläche vernachlässigbar ist, bedarf hier sicherlich einer Korrektur, wozu jedoch die vier Verformungsmeßsignale aus S 1 bis S 4 nicht ausreichen (siehe Verformungsmeßprinzip, Abschnitt 5.1.2). Bei einer nachträglichen Überprüfung wurde weiterhin festgestellt, daß das Meßgestänge durch die übergroßen Verformungen ebenfalls beschädigt war, was sich sicherlich auf die Verformungsmeßergebnisse ab etwa 14. Mai 1979 ausgewirkt hat. Die zuvor registrierten Verformungen konnten vom Meßgestänge theoretisch ohne Schaden aufgenommen werden. Die bei Meßabbruch verbleibenden Druckmeßwerte bei nunmehr einwandfrei leerer Zelle bestätigen die Vermutung, daß bei diesen großen Verformungen die Meßsignale der Druckmeßplatten nicht nur von dem vor ihnen wirkenden Druck, sondern auch von der Schalenverkrümmung und Dehnung beeinflusst werden.

Die Meßwerte ab etwa 13. bis 14. Mai 1979 müssen somit als quantitativ ungesichert bezeichnet werden. Die Ergebnisse aus dem vorhergehenden Meßzeitraum deuten auf eine recht unregelmäßige nichtrotationssymmetrische Belastung hin. Die schon relativ großen Verformungen - evtl. durch eine allmähliche Zerstörung der Zelle bedingt - könnten jedoch auch hier schon die Druckmeßsignale der großen DMS-Druckmeßplatten etwas mit beeinflußt werden.

5.3 Benutzte Finite-Element-Systeme und einzelne analytische Untersuchungen

5.3.1 Berechnung der Schnittgrößen bei höhenmäßig konstanter Belastung

Die Berechnungen der Schnittgrößen und Verformungen für höhenmäßig unveränderliche Belastung wurden mit dem SAP-4-Programmsystem durchgeführt. Dabei wurde das in Bild 5.16 dargestellte Finite-Element-System benutzt. Es besteht aus Balkenelementen vom Typ 2 aus SAP 4. Bei Ausnutzung von Antimetrie und Symmetrie genügt es, ein Silozellenviertel zu untersuchen. Die Belastung wurde als Einzellast nach der Trapezregel berechnet und in den Knotenpunkten angesetzt. Es wurde angenommen, daß das Silogut selbst keine horizontale Wandschubbelastungskomponente liefert, da es im wesentlichen vertikal nach unten fließt. Die Schubkräfte in der Zellenwand bzw. auf der Ober- und Unterseite des Kreises bei antimetrischen Belastungsansätzen ergeben sich dann nach der Biegetheorie für lange kreisförmige Röhren und sind entsprechend der Gleichung $dT = dQ \cdot S/I \sin(\varphi)$ förmig über den Umfang verteilt. In Richtung der Symmetrieachse müssen sie mit der äußeren Belastung Δp in Summe im Gleichgewicht stehen.

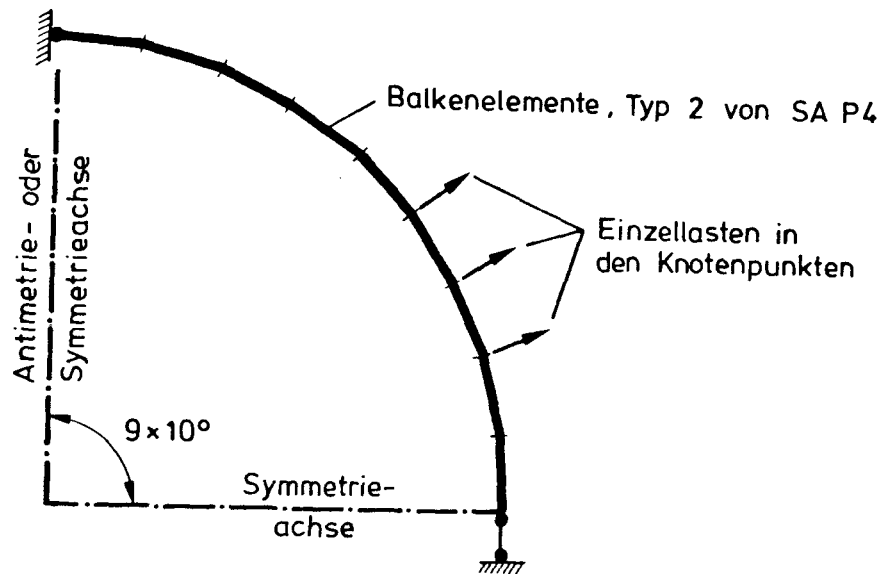


Bild 5.16 Finite-Element-System zur Berechnung bei höhenmäßig unveränderlicher Belastung

Zur Überprüfung und Abschätzung der Genauigkeit wurden für $n = 2, 3, 4$ und 5 exakte Lösungen aufgestellt und mit den Ergebnissen der Finite-Element-Berechnung verglichen. Die Abweichungen bei den Biegemomenten und Verformungen betrugen bei antimetrischer Belastung max. 3 % und bei symmetrischer Belastung max. 1 %.

5.3.2 Berechnungen für höhenmäßig begrenzte Belastungen

Für die Berechnungen bei höhenmäßig unterschiedlicher Belastung wurde ein Finite-Element-System nach Bild 5.17 verwendet. Die Silozellenwand besteht dabei aus Schalenelementen Typ 6 von SAP 4 mit einem Querkontraktionsbeiwert von $\nu = 0,2$. Unter Ausnutzung von Symmetrie und Antimetrie in der Belastung genügt es wiederum, nur ein Silozellenviertel oder -achtel zu untersuchen. Die Belastung wurde ebenfalls als Einzellasten in den Knotenpunkten aufgebracht.

5.3.3 Untersuchungen_zur_stutzenden_Wirkung_des_Silogutes

Die Untersuchungen zur Ermittlung der abmindernden Wirkung bei stützendem Silogut wurden zur Vermeidung unnötigen Rechenaufwands nur für höhenmäßig konstante Belastung durchgeführt. Die in Bild 5.18 dargestellte horizontale Scheibe einer Silozelle, bestehend aus Balkenelementen vom Typ 2 aus SAP 4 - stellvertretend für die Silozellenschale - und Scheibenelementen bei ebenem Verformungszustand vom Typ 4 von SAP 4 - stellvertretend für die elastisch angenommene Silogutfüllung -, dienten als Berechnungsgrundlage. Auch hierbei genügte es unter Ausnutzung von Symmetrie und Antimetrie, nur ein Zellenviertel zu untersuchen. Es sollte rechnerisch geklärt werden, inwieweit sich die an relativ steifen Zellen gemessenen, die Zellenwand belastenden Drücke verändern, wenn die Zellenwand sehr weich und nachgiebig ist. Dabei wurde eine nachgiebige elastische Zellenwand zunächst durch äußere unnachgiebige Fesseln gestützt und damit eine unendlich steife Zellenwand simuliert (Bild 5.19 A). Der auf der Innenseite der Zellenwand wirkende Silogutdruck wird bei diesem Modell unmittelbar in die äußeren Fesseln geleitet, die Schnittgrößen in der Wand sind dabei gleich Null. Der Übergang zu einer nachgiebigen Schale kann durch Wegnahme der äußeren Fesseln oder mechanisch einfacher durch Aufbringen der entgegengesetzt wirkenden Fesselkräfte auf das System Schale und Silogut simuliert werden (Bild 5.19 B). Dabei verändern sich die Drücke zwischen Silogut und Wand, und es entstehen in der nunmehr verformten Wand Schnittgrößen, die ein direktes Maß für die Beanspruchung bei nachgiebigen Wänden liefern. Da die Untersuchungen nur an elastischen Elementen durchgeführt wurden, können die Ergebnisse nur auf Verhältnisse mit sich überwiegend elastisch verhaltendem Silogut übertragen werden.

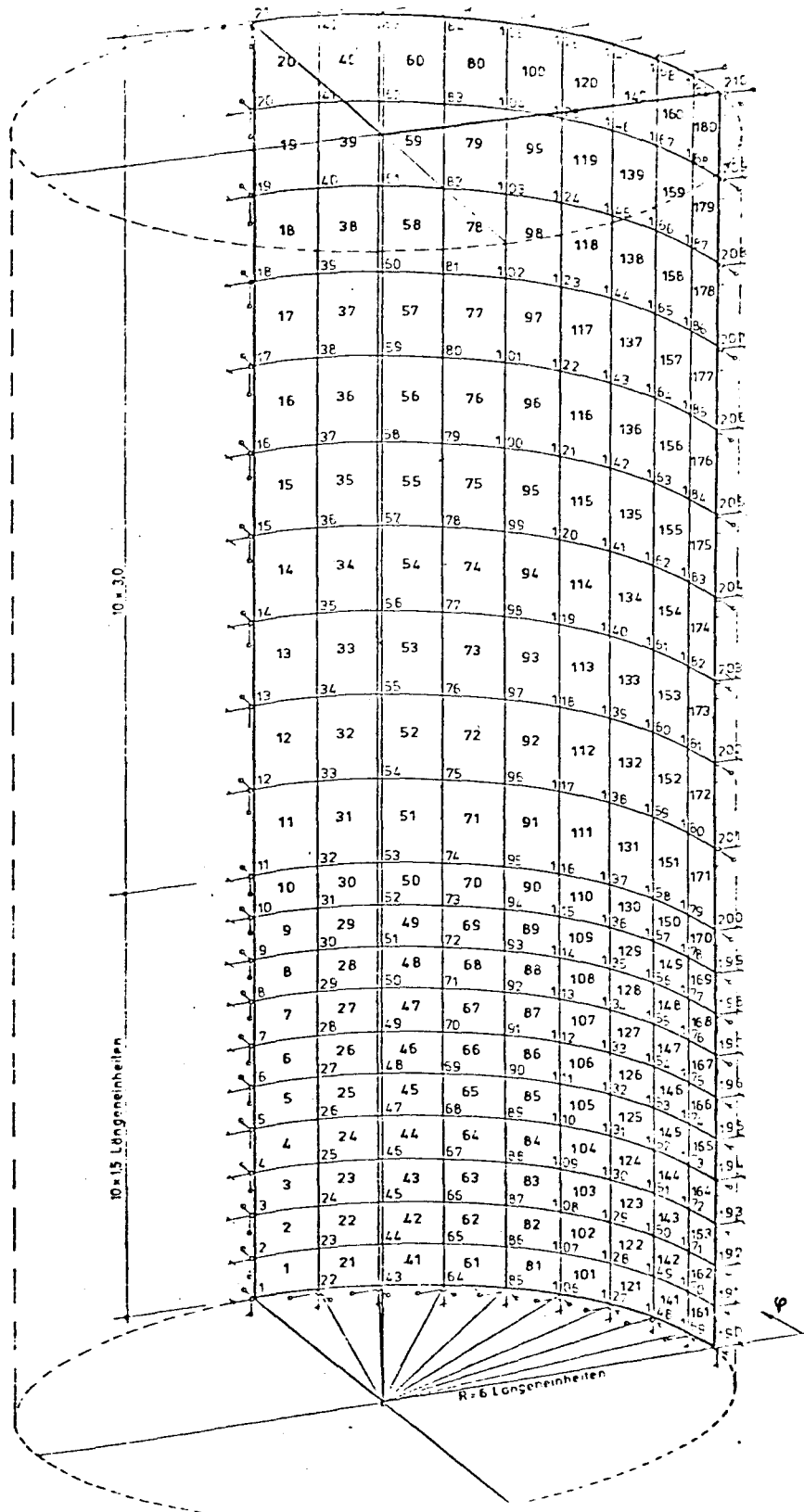


Bild 5.17 Finite-Elementsystem zur Berechnung der Biegemomente und Verformungen bei höhenmäßig veränderlicher Belastung

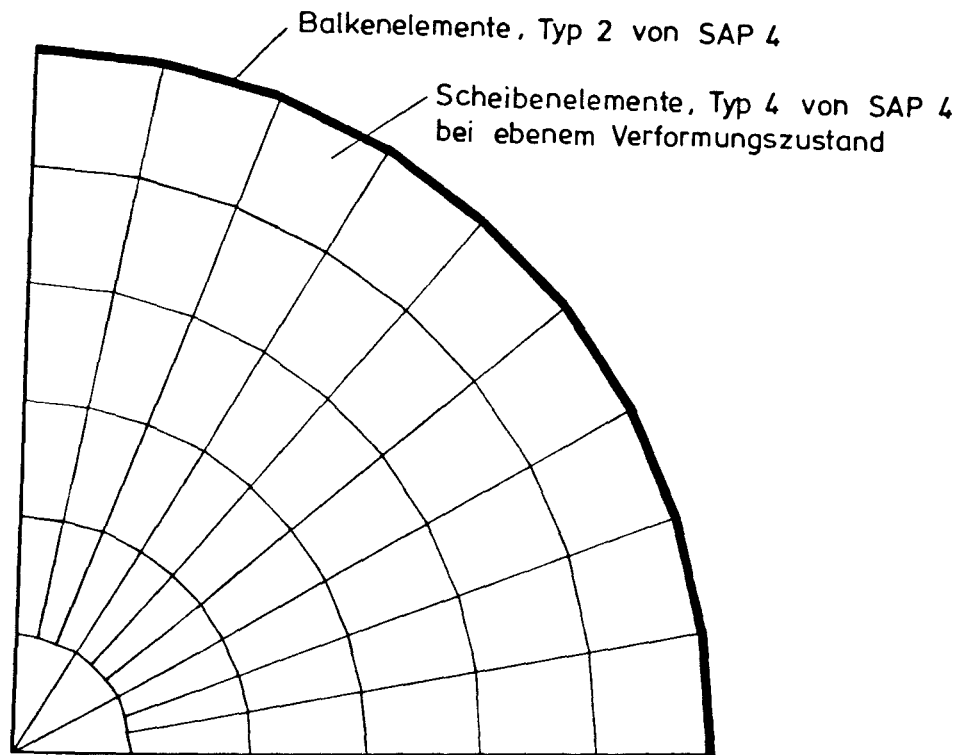


Bild 5.18 Finite-Element-System zur Berechnung der gegenseitigen Beeinflussung von Wand und Silogut

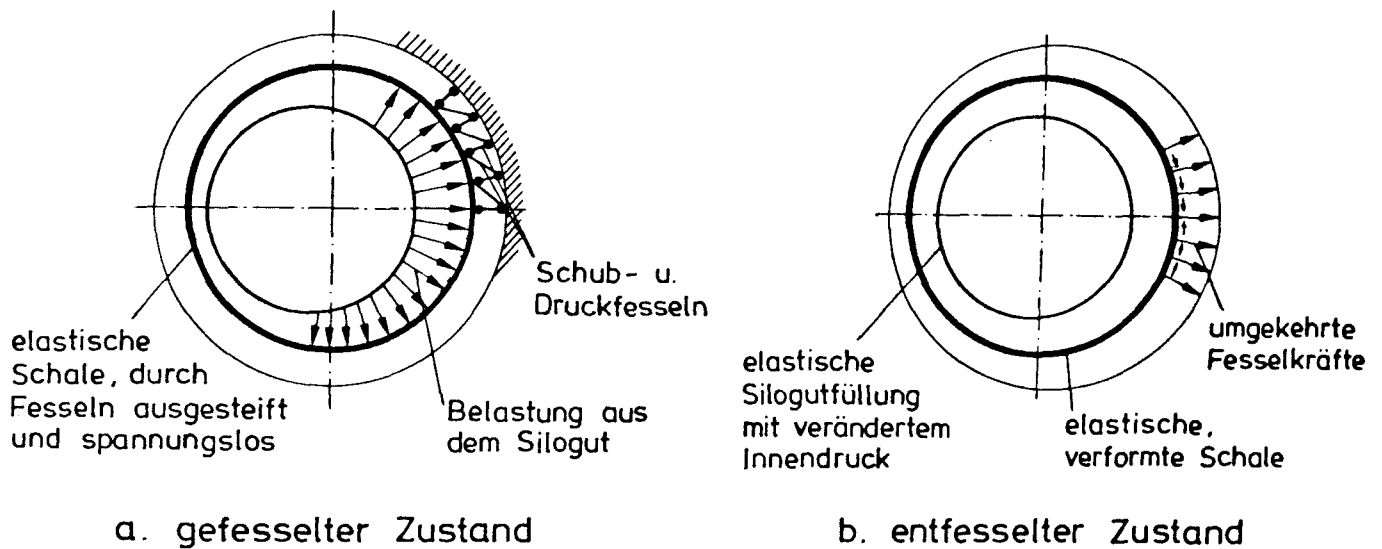


Bild 5.19 Ermittlung der Biegebeanspruchung in der Zellenwand beim Zusammenwirken von Silogut und Wand

5.3.4 Untersuchungen zur zusätzlichen Membranlastabtragung am verformten System

Auch diese Untersuchungen wurden, um einen übermäßig großen Rechenaufwand zu vermeiden, auf höhenmäßig konstante Belastungen beschränkt. Bei antimetrischen Belastungsansätzen gemäß Bild 1 A ergeben sich zusätzliche Membranlastanteile, die nur zu einer Achse symmetrisch sind. Deshalb mußten diese Untersuchungen an einem Halbkreis durchgeführt werden. Hierzu wurde das in Bild 5.20 dargestellte Finite-Element-System, bestehend aus Balkenelementen vom Typ 2 aus SAP 4, verwendet.

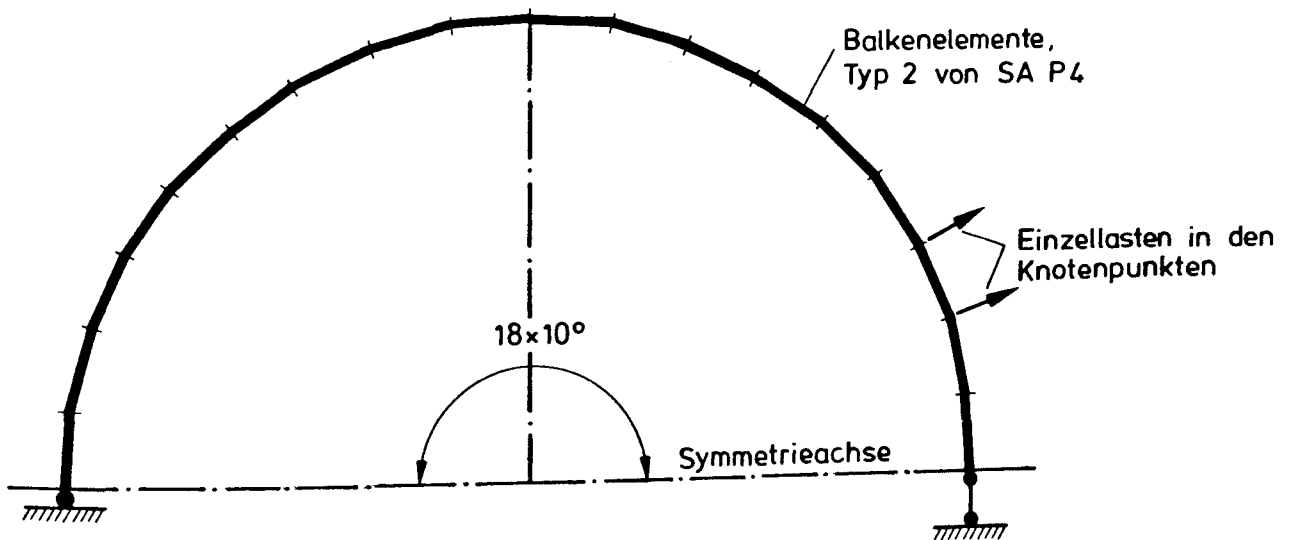


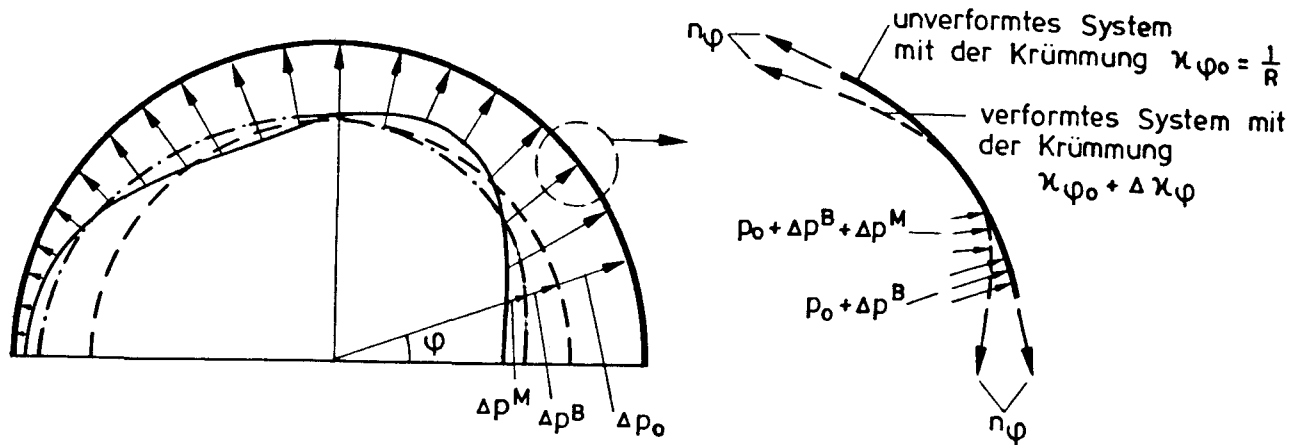
Bild 5.20 Finite-Element-System zur Berechnung der Membranlastanteile

Die Berechnung erfolgte iterativ, wobei von folgender Vorstellung ausgegangen wurde: Die Belastung der Schale setzt sich zusammen aus einem Anteil, der nur über Membranwirkung und einem Anteil, der nur über Biegewirkung aufgenommen wird. Nur der Biegeanteil verursacht Schalenverkrümmungen. Der über Membranwirkung aufgenommene Lastanteil beträgt

$$p^M = n_\varphi \cdot \kappa_\varphi + n_z \cdot \kappa_z;$$

wobei κ_φ die Krümmung der verformten Schale in φ -Richtung

darstellen und sich aus der Krümmung am unverformten System $\kappa_{\varphi,0}$ und der Krümmungsänderung durch die Zellenverformung $\Delta\kappa_{\varphi}$ zusammensetzt. κ_z ist die Krümmung in z-Richtung. Sie ist außerhalb der Randstörbereiche bei höhenmäßig unveränderlicher Belastung gleich Null. Der Membranlastanteil am unverformten System aus $\kappa_{\varphi,0} = 1/R$ wird von dem benutzten Finite-Element-Programm bereits mit berücksichtigt. Um das Gleichgewicht eines Elements jedoch auch am verformten System zu erfüllen, muß zusätzlich die Belastung $\Delta p^M = n_{\varphi} \cdot \Delta\kappa_{\varphi}$ mit $n_{\varphi} = n_{\varphi,0} + \Delta n_{\varphi}$ aufgebracht werden (siehe Bild 5.21). Hierbei bedeuten $n_{\varphi,0}$ die Normalkraft aus dem rotationssymmetrischen Belastungsanteil und Δn_{φ} die Normalkraft aus dem nichtrotationssymmetrischen Anteil $\Delta p = \Delta p_0 \cdot (\cos^n \varphi)$. Nach Bild 5.21 führt dies jedoch zu Abweichungen von der ursprünglich angenommenen Belastungsverteilung. Diese wurde deshalb iterativ verbessert, indem der Membranlastanteil entgegengesetzt aufgebracht wurde. Nach jeweils zwei bis drei Iterationsschritten war die ursprüngliche Belastungsverteilung von der Form $\cos^n \varphi$ ausreichend angenähert. Wie aus Bild 5.21 zu entnehmen ist, läßt sich der für die Biegung verantwortliche Teil als Funktion des die Belastungsverteilung beschreibenden Exponenten n und der Parameter $\Delta p_0/p_0$ sowie $p_0 \cdot R^3/(E \cdot J_w)$ angeben.



Gesamtlast $p = p_0 + \Delta p^B_{(\varphi)} + \Delta p^M_{(\varphi)}$

$\Delta p^B_{(\varphi)}$ = Biegeanteil (erzeugt Schalenverkrümmung)

$p_0 + \Delta p^M_{(\varphi)}$ = Membranlastanteil

$$\begin{aligned}
 &= n_{\varphi} \cdot \kappa_{\varphi} = (n_{\varphi 0} + \Delta n_{\varphi}) \cdot (\kappa_{\varphi 0} + \Delta \kappa_{\varphi}) \\
 &= \underbrace{(n_{\varphi 0} + \Delta n_{\varphi}) \cdot \kappa_{\varphi 0}}_{\text{vom Finite Element-}} + \underbrace{(n_{\varphi 0} + \Delta n_{\varphi}) \cdot \Delta \kappa_{\varphi}}_{\text{müßte zusätzlich aufgebracht}} \\
 &\quad \text{programm bereits} \quad \text{werden, um Gleichgewichts-} \\
 &\quad \text{berücksichtigt} \quad \text{bedingung am verformten Element} \\
 &\quad \quad \quad \text{zu erfüllen}
 \end{aligned}$$

mit $n_{\varphi 0} = p_0 \cdot R$; $\Delta n_{\varphi} = \Delta p_0 \cdot R \cdot \bar{n}_{\varphi}$; $\kappa_{\varphi 0} = \frac{1}{R}$ und $\Delta \kappa_{\varphi} = \frac{m_{\varphi}}{E \cdot J} = \frac{\bar{m}_{\varphi} \cdot \Delta p_0 \cdot R^2}{E \cdot J}$
 (\bar{n}_{φ} und \bar{m}_{φ} siehe Bilder 2.5, 2.6, 3.3 und 3.4)

ergibt sich

$$\Delta p^M_{(\varphi)} = (R \cdot p_0 + \bar{n}_{\varphi}(\varphi) \cdot R \cdot \Delta p_0) \cdot \frac{\bar{m}_{\varphi}(\varphi) \cdot \Delta p_0 \cdot R^2}{E \cdot J}$$

Biegebeanspruchung bzw. Verformung entsteht nur durch den restlichen Anteil

$$\begin{aligned}
 \Delta p^B_{(\varphi)} &= \Delta p_{(\varphi)} - \Delta p^M_{(\varphi)} \\
 &= \Delta p_{(\varphi)} - \left[1 + \frac{\Delta p_0}{p_0} \cdot \bar{n}_{(\varphi)} \right] \cdot \bar{m}_{\varphi}(\varphi) \cdot \frac{p_0 \cdot R^3}{E \cdot J} \cdot \Delta p_0
 \end{aligned}$$

Bild 5.21 Angaben zur Membranlastermittlung

5.3.5 Verschiedene analytische Untersuchungen und Vergleiche

Randstörungen aus dem unteren Zellenabschluß klingen im allgemeinen nach oben hin rasch ab. Bild 5.22 zeigt, daß ab etwa $Z = R$ die Biegemomente und Verformungen aus dem unteren Zellenabschluß bei üblichen Silozellen vernachlässigt werden können.

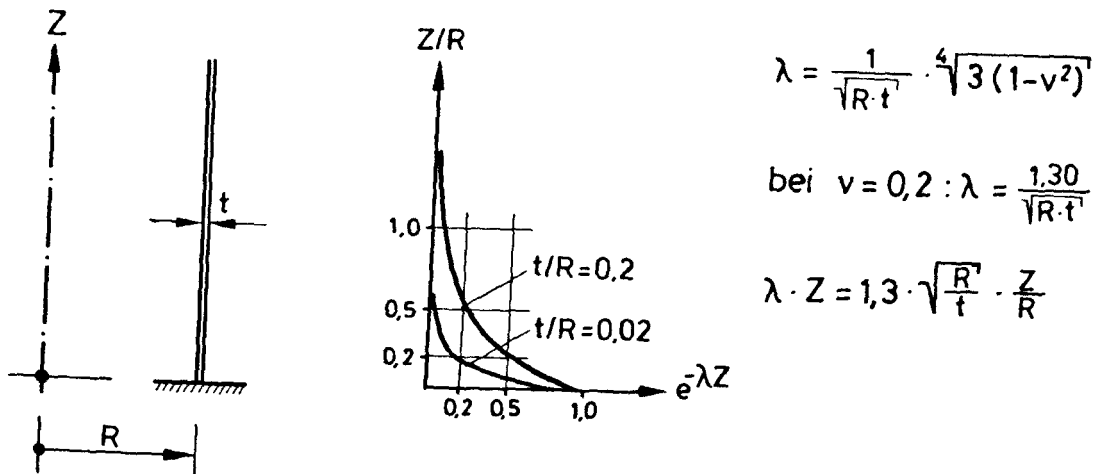


Bild 5.22 Abklingfunktionen für Randstörungen nach [21]

Bild 5.23 zeigt eine Gegenüberstellung der Biegemomente für den abgestützten und nichtabgestützten Kreisring unter nichtrotationssymmetrischer Belastung. Hieraus läßt sich ein Kriterium ableiten, ab wann eine Aussteifung für die Biegemomente günstig ist oder nicht.

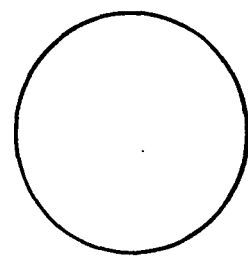
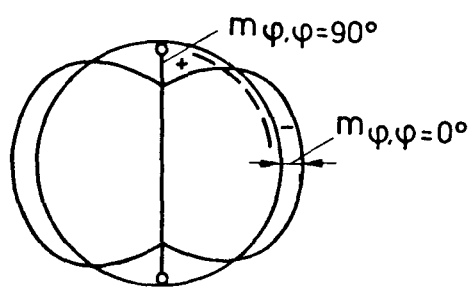
In Bild 5.24 werden ausgewählte Extrembiegemomente der nach oben und unten sehr weit ausgedehnten und nach unten begrenzten und eingespannten Zylinderschale unter antimetrischer Belastung gegenübergestellt und deren prozentuale Abweichung angegeben.

ausgesteifter Kreisring

nicht ausgesteifter Kreisring

symmetrische Belastung für beide Fälle $p = p_0 + \Delta p_0 \cdot |\cos^n \varphi|$

a. aus rotationssymmetrischer Last p_0



bei $R \gg t$ nach [19, S. 206-208]

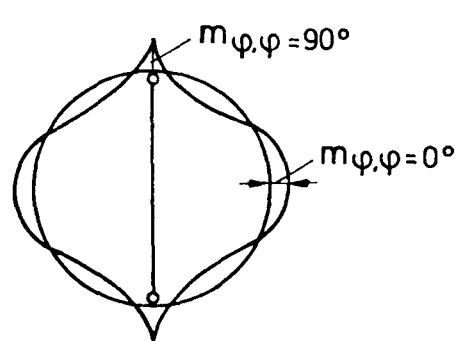
$$m_{\varphi, \varphi=90^\circ} \approx p_0 \cdot \frac{J_W}{F_W} \cdot \frac{8}{\pi^2 - 8} \approx +0,357 \cdot p_0 \cdot t^2$$

$$m_{\varphi, \varphi=90^\circ} = 0$$

$$m_{\varphi, \varphi=0^\circ} \approx -p_0 \cdot \frac{J_W}{F_W} \cdot \frac{4\pi - 8}{\pi^2 - 8} \approx -0,204 \cdot p_0 \cdot t^2$$

$$m_{\varphi, \varphi=0^\circ} = 0$$

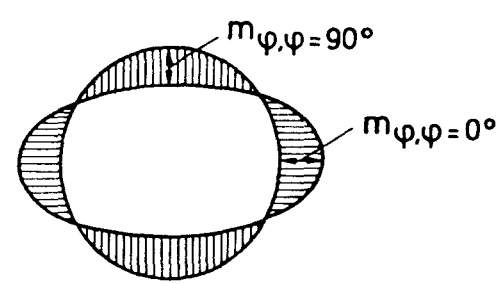
b. aus nicht rotationssymmetrischer Last $\Delta p = \Delta p_0 \cdot |\cos^n \varphi|$



bei $R \gg t$ nach Bild 3.6

$$m_{\varphi, \varphi=90^\circ} \geq -0,074 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2$$

$$m_{\varphi, \varphi=0^\circ} \geq -0,048 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2$$



bei $R \gg t$ nach Bild 3.4

$$m_{\varphi, \varphi=90^\circ} \leq +0,168 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2$$

$$m_{\varphi, \varphi=0^\circ} \geq -0,177 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2$$

c. Vergleich beider Systeme mit beiden Anteilen zusammen

$$m_{\varphi, \varphi=90^\circ} \leq \left| +0,357 \cdot p_0 \cdot t^2 - 0,074 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2 \right|$$

$$m_{\varphi, \varphi=90^\circ} \leq +0,168 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2$$

(beide gleich für $\frac{\Delta p_0 \cdot R^2}{p_0 \cdot t^2} = 1,47$)

$$m_{\varphi, \varphi=0^\circ} \leq \left| -0,204 \cdot p_0 \cdot t^2 - 0,048 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2 \right|$$

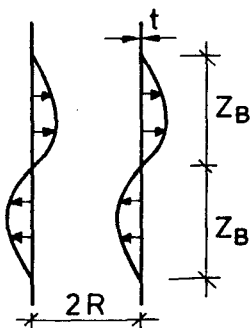
$$m_{\varphi, \varphi=0^\circ} \leq \left| -0,177 \cdot \Delta p_0 \cdot R^2 \right|$$

(beide gleich für $\frac{\Delta p_0 \cdot R^2}{p_0 \cdot t^2} = 1,59$)

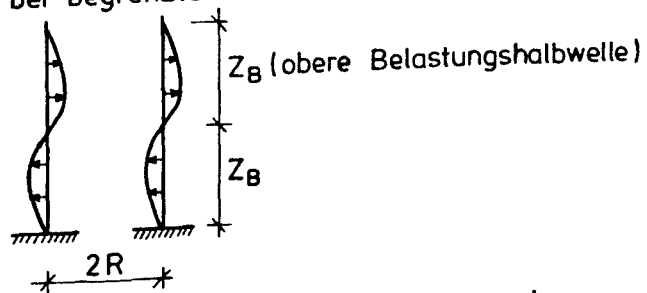
Bild 5.23 Gegenüberstellung der Biegemomente von ausgesteiften und nicht ausgesteiften Kreisringen unter nichtrotationssymmetrischer Belastung

Z_B/R	t/R	$\bar{U}_{R,\varphi=0^\circ}$	$\bar{U}_{R,\varphi=60^\circ}$	$\bar{m}_{\varphi,\varphi=5^\circ}$	$\bar{m}_{\varphi,\varphi=55^\circ}$	$\bar{m}_{Z,\varphi=5^\circ}$	$\bar{m}_{Z,\varphi=55^\circ}$
1,25	0,033	+0,00094	-0,00048	-0,0072	+0,0049	-0,0031	+0,0016
		+0,00099	-0,00050	-0,00743	+0,00510	-0,00325	+0,00164
		+5,3	+4,2	+3,2	+4,1	+4,8	+2,5
1,5	0,033	+0,00114	-0,00065	-0,00858	+0,006	-0,0035	+0,00193
		+0,00130	-0,00067	-0,00966	+0,00664	-0,00389	+0,00208
		+14,0	+3,1	+12,6	+10,7	+11,1	+7,8
2,0	0,033	+0,00166	-0,00103	-0,01259	+0,00922	-0,00422	+0,00278
		+0,00168	-0,0010	-0,01292	+0,00944	-0,00381	+0,00259
		+1,2	+3,0	+2,6	+2,4	+10,8	+7,3
4,0	0,081	+0,00512	-0,00288	-0,0326	+0,0272	-0,0105	+0,0068
		+0,00538	-0,00305	-0,03347	+0,02811	-0,01037	+0,00750
		+5,1	+5,9	+2,7	+3,3	+1,3	+10,3

1. Zeile : Extremwerte
bei ∞ -langer Röhre



2. Zeile : Extremwerte
aus der oberen
Belastungshalbwelle
bei begrenzter Röhre



3. Zeile : Abweichung
in %

Bild 5.24 Gegenüberstellung der Extremwerte einer
unten begrenzten und eingespannten und
einer ∞ -langen Kreiszylinderschale

5.4 Aufstellung von vereinfachten Bemessungsvorschlägen für kreisförmige Silozellen

Die Vorschläge umfassen drei Zellenbereiche:

- a) Zellenwände im unteren Bereich bei extrem exzentrischer Entleerung (5.4.1)
- b) Zellenwände im Bereich von Entlastungsbalken (5.4.2)
- c) Zellenwände im übrigen Bereich (5.4.3)

Sie gelten unter experimentell einigermaßen abgesicherter höhenmäßiger Verteilung und Größe und unter Berücksichtigung der ungünstigsten Verteilung entlang des Umfangs. Für den unteren Zellenbereich bei extrem exzentrischer Entleerung nach 5.4.1 und im Bereich der Entlastungsbalken ergeben sich große nichtrotationssymmetrische Drücke. Durch die antimetrische Belastung bzw. stützende Wirkung von fest angeschlossenen Entlastungsbalken sind die hieraus entstehenden Biegemomente nach 5.4.2 jedoch kleiner als im restlichen, nicht ausgesteiften Zellenbereich bei symmetrischer Belastung. Es erscheint somit ausreichend, einfachheitshalber die gesamte Zellenwand über dem Entlastungsbalken für die Biegemomente gemäß 5.4.3 zu bemessen.

5.4.1 Angaben zur Bemessung der Zellenwände bei extrem exzentrischer Entleerung

Bemessungsbereich: bis ca 4x Zellendurchmesser
über dem Zellenboden

$$m_e \cong \pm \Delta p_0 \cdot 0,03 \cdot R^2 \text{ mit zugehörigem}$$

$$n_e \cong p_0 \cdot R + \Delta p_0 \cdot 0,3 \cdot R \text{ (Zug)}$$

sowie

$$m_z \cong \pm 0,2 \cdot m_e \text{ mit zugehörigem } n_z \text{ (Druck) von}$$

$$n_{z,g} + \min n_{z,\text{Füllung}} < n_z < n_{z,g} + \max n_{z,\text{Füllung}}$$

mit

$$p_0 = p_{\text{DIN 1055}}$$

$$\Delta p_0 = 0,6 \cdot p_{\text{DIN 1055}}$$

$$\min n_{z,\text{Füllung}} \cong \frac{R}{2} \cdot \gamma_{\text{Füllung}} \cdot (\max z - z_0)$$

$$\max n_{z,\text{Füllung}} \cong \frac{R}{2} \cdot \gamma_{\text{Füllung}} \cdot 1,5 \cdot z_0$$

$n_{z,g}$ = Anteil aus Zelleneigengewicht

R = Zellenradius

$\max z$ = max. Füllhöhe über Bemessungspunkt

$z_0 = F/(\lambda \cdot \mu \cdot u)$ nach DIN 1055, Teil 6

$\gamma_{\text{Füllung}}$ = Wichte des Silogutes

5.4.2 Angaben zur Bemessung der Zellenwände im Bereich von Entlastungsbalken

Bemessungsbereich: bis ca. 0,7 x Zellendurchmesser
über Entlastungsbalken

Die Angaben gelten nur für fest mit der Zellenwand verbundenen Entlastungsbalken.

$$\max m_{\varphi} = \Delta p_O \cdot 0,025 \cdot R^2 \quad (\text{genauere Verteilung siehe Bild 3.8 bis 3.10})$$

$$n_{\varphi} = 1,3 \cdot p_O \cdot R + 1,0 \cdot \Delta p_O$$

$$\text{mit } p_O = p_{\text{DIN 1055}}$$

$$\text{und } \Delta p_O \cong 0,35 \cdot p_O$$

$$m_z \text{ und } n_z \text{ nach 5.4.1}$$

5.4.3 Angaben zur Bemessung der Zellenwände im restlichen Bereich

a) Über den Entlastungsbalken ändert sich die Belastung über die Höhe nur wenig; für die Biegemomente m_{φ} werden deshalb nur 80 % der Werte für höhenmäßig unveränderliche Belastung angesetzt:

$$m_{\varphi} = \pm 80 \% \cdot \Delta p_O \cdot 0,17 \cdot R^2$$

$$n_{\varphi} = p_O \cdot R + 0,57 \cdot \Delta p_O \cdot R$$

$$\text{mit } p_O = 0,5 \cdot p_{\text{DIN 1055}}$$

$$\text{und } \Delta p_O = 0,5 \cdot p_{\text{DIN 1055}}$$

$$m_z \text{ und } n_z \text{ wie 5.4.1}$$

b) Kann demgegenüber von einer über die Höhe begrenzten Belastung ausgegangen werden, darf angesetzt werden:

$$m_{\varphi} = \pm 0,06 \cdot p_{\text{DIN 1055}} \cdot R^2$$

$$n_{\varphi} = 0,9 \cdot R \cdot p_{\text{DIN 1055}}$$

6. L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- [1] Janssen, H. A.: Versuche über Getreidedruck in Silozellen. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 39 (1895), Nr. 35, S. 1045
- [2] Koenen, M.: Berechnung des Seiten- und Bodendrucks in Silozellen. Centralblatt der Bauverwaltung (1896), S. 446
- [3] Reimbert, M. U. A.: Silos; Berechnung, Betrieb und Ausführung. Deutsche Bearbeitung von St. Blaskovich, 2. Auflage, Bauverlag Wiesbaden, 1975
- [4] Timm, G. U.; Windels, R.: Silos. Betonkalender 1977, S. 557, Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin - München - Düsseldorf
- [5] DIN 1055, Teil 6, Ausgabe November 64 sowie Ergänzende Bestimmungen hierzu, Fassung Mai 1977, beides abgedruckt im Betonkalender 1979, Teil II, S. 95 - 103
- [6] Jenike, A. W. U.; Johanson, J. R.: Bin Lados Journal of the Structural (st 4), Proc. A. S. C. E., 1968, S. 1011 - 1041
- [7] Wagner, K.: Probleme des Silodruckes. Dissertation, TU Braunschweig, 1971
- [8] Motzkus, U.: Belastung von Siloböden und Auslauftrichtern durch körnige Schüttgüter. Dissertation, TU Braunschweig, 1974
- [9] Nothdurft, H.: Schüttgutlasten in Silozellen mit Querschnittsverengungen. Dissertation, TU Braunschweig, 1976
- [10] Kaminski, M.: Betrieb von Silos mit exzentrischem Auslauf. Die Bautechnik Nr. 6, 1979, S. 203 - 204

- [11] Fröning, H.: Spannungs-Deformationsbeziehungen für Silogüter und Randbedingungen zur numerischen Berechnung der Entleerungsvorgänge in Silozellen. Dissertation, TU Braunschweig, 1978; Fortschrittberichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 4, Nr. 44
- [12] Lade, P. V. U.; Duncan, J. M.: Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil. Journal of the Geotechnical Engineering Division, Okt. 1975, S. 1037 - 1053
- [13] Gudehus, G.: Elastoplastische Stoffgleichungen für trockenen Sand. Ingenieur-Archiv 42 (1973), S. 151 - 169
- [14] Meissner, H. U.; Wibel, A.: Parameter eines elastoplastischen Stoffansatzes für körnige Erdstoffe. Bautechnik 8 (1974), S. 263 - 269
- [15] Hoffmann, O. H.: Verdichtungsverhalten körniger landwirtschaftlicher Haufwerke. Dissertation, TU Braunschweig, 1975; Forschungsbericht und Lehre der MEG, Nr. 10
- [16] Peschl, O.: Probleme der Silostatik. Vortragsveröffentlichungen aus dem Haus der Technik, Essen, Heft 386, Vulkan-Verlag Dr. W. Classen, 1976, S. 14 - 26
- [17] Firmenprospekt der Firma Glötzl, D-7512 Rheinstetten 4-FO
- [18] Prager, R.: Die Messung von Spannungen in Böden und der Glötzl'sche Geber zur Erfassung des Gesamtdrucks; Dissertation, Grenoble, 1974
- [19] Beyer, K.: Die Statik im Stahlbetonbau. Springer-Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg, 1956

- [20] Duddeck, H. U.; Niemann, H.: Kreiszyindrische Behälter. Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin - München - Düsseldorf, 1976

- [21] Girkmann, K.: Flächentragwerke. Springer-Verlag, Wien, 1956

- [22] Liptak, L.: Der in seiner Ebene elastisch gebettete Kreisring. Beton- und Stahlbetonbau, 7 (1974), S. 168 - 171